

3. Интерпретация асинхронных процессов и использование частных моделей для описания и анализа протоколов.

3.1. Маркированные графы и их свойства

3.1.1. Синтаксические подклассы сетей Петри.

В разделе I было отмечено, что для эффективности описания и анализа протоколов наиболее приемлемыми являются такие формализмы, которые обеспечивают алгоритмически разрешимый анализ свойств и удобные методы перехода к структурам реализации протоколов. С другой стороны, эти ограничения влекут возможность недостаточной модельной "силы" используемого изобразительного средства. Все это в большой мере касается сетей Петри. Исследования сложности ключевой проблемы анализа - проблемы достижимости для сетей Петри показали, что она экспоненциальна по времени и памяти от длины входного описания [97,107]. Таким образом с практической точки зрения сети Петри в общем виде сложны для анализа.

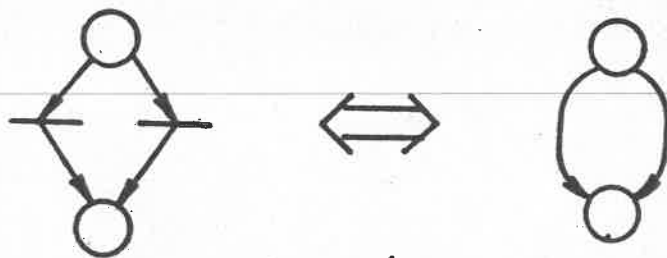
Были выделены некоторые подклассы сетей Петри (рис.3.1,а), называемые в [38,84] синтаксическими ввиду того, что факт принадлежности произвольной сети Петри некоторому из подклассов устанавливается путем анализа локальных структурных конфигураций сети.

Отметим, что автоматные сети (АС) и маркированные графы (МГ) могут быть представлены монохроматическими графами. При этом в АС носителями маркеров являются вершины графа (они соответствуют условиям), а дуги соответствуют событиям. В МГ вершины соответствуют событиям, а носителями маркировки являются дуги орграфа.

В таком представлении АС-граф напоминает граф состояний и переходов конечного автомата, но является в отличие от последнего неинтерпретированной моделью дискретного устройства, так как, вообще говоря, мы не связываем множества событий - переходов конечного автомата с алфавитами входных и выходных символов. Если

Подкласс	Допустимые конфигурации	Недопустимые конфигурации
АВТОМАТНЫЕ СЕТИ /АС/		
Маркированные графы /МГ/		
Сети свободного выбора /СВ/		
Простые сети /ПС/		
Сети Петри	Любая	—

а



б

Рис. 3.1.

в АС имеется только один маркер, то текущее местонахождение этого маркера соответствует текущему состоянию конечного автомата. Конечный автомат в традиционном смысле [19] является правильно представленным в виде АС, если эта сеть I-консервативна [107], что гарантирует ее безопасность. Очевидно также, что для I-консервативной АС диаграмма маркировок является представлением этой сети в виде монохроматического орграфа. Из этого следует, что достаточным условием живости I-консервативной сети вида АС является ее сильная связность.

Далее отметим, что если АС представляет собой бихроматический орграф без кратных сонаправленных дуг, то соответствующий монохроматический орграф может иметь кратные дуги (рис.3.1,б). Если же в АС пара условие-событие связана двумя дугами с разным направлением, то такой паре в монохроматическом графе соответствует вершина с петлей.

Граф маркировок любой сети Петри представляется однозначно некоторой АС (возможно бесконечной). Следовательно, можно говорить о функциональном отношении между множеством произвольных сетей Петри и множеством АС. В связи с этим определяется АС-эквивалентность сетей Петри. Очевидно, что для множества K -ограниченных сетей Петри [107] существует конечное разбиение на классы АС-эквивалентности. Однако, сложность преобразований в таких классах экспоненциально велика.

В данном разделе не приводятся подробные сведения о свойствах АС или графов конечных автоматов, поскольку они являются традиционным, хорошо известным аппаратом описания последовательных дискретных систем и устройств.

3.1.2. Понятие маркированного графа

Весьма полезным с точки зрения высокого уровня разрешимости подклассом сетей Петри являются маркированные графы. Однако они имеют ограниченную модельную силу, так как могут моделировать только такое поведение, при котором "поток событий" не имеет ветвлений (альтернатив поведения). В этом смысле они дуальны АС. Это - содержательная дуальность, они также и формально дуальны [84], если ввести понятие дуальности между условиями и событиями.

Маркированный граф при условии соответствующей семантической интерпретации своих вершин и дуг представляет удобный инструмент для описания, анализа и основы реализации заданной последовательности функционирования дискретной системы (протокола или логической схемы). Детальную теоретическую разработку маркированных графов можно найти в [98].

Приведем основные используемые понятия, определения и результаты.

Под графом G будем понимать пару $\langle V, E \rangle$, где V - лексико-графически упорядоченное множество вершин $V = \{v_1, \dots, v_k\}$, $E \subseteq V \times V$ - множество ребер.

Всем ребрам графа присвоим направление, т.е. получим ориентированный граф (орграф), направленное ребро - это дуга. (Для простоты будем рассматривать граф без кратных дуг).

Путь в орграфе $\langle V, E \rangle$ - это последовательность $\pi = v_0, v_1, \dots, v_n$ вершин таких, что $(v_i, v_{i+1}) \in E$ для $i \in [0, n)$.

Будем говорить, что для пути π :

- а) длина пути π равна n ;
- б) π проходит от v_0 до v_n ;
- в) v_0 и v_n - вершины "начало" и "конец" пути π соответственно, v_i для $i \in [1, n)$ - внутренние вершины пути.

- г) $\tilde{\pi}$ - цикл, если $v_0 = v_n$,
- д) $\tilde{\pi}$ - элементарный путь, если все его внутренние вершины попарно различны.

Замечание. Будем далее под циклом понимать элементарный путь, у которого $v_0 = v_n$.

Орграф $\langle V, E \rangle$ будем называть сильно связным, если для любой пары вершин $v_1, v_2 \in V$ существует путь, проходящий от v_1 до v_2 .

Для каждой вершины v обозначим:

$I(v)$ - множество всех дуг, направленных в v ,

$O(v)$ - множество всех дуг, направленных из v .

Маркировкой графа $G = \langle V, E \rangle$ будем называть функцию $M: E \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\}$.

Определение 3.1.1. Маркированным графом MG будем называть пару $\langle G, M \rangle$, где $G = \langle V, E \rangle$ - орграф, в котором $I(v)$ и $O(v)$ - конечные множества для всех $v \in V$, M - маркировка графа G . Для маркированного графа MG , M назовем исходной (начальной) маркировкой.

Пример маркированного графа показан на рис. 3.2, а. Его маркировка представлена размещением точек на дугах так, что дуга $e = (v_i, v_j)$ содержит $M(e)$ точек. Например, $M((v_7, v_6)) = 2, M((v_3, v_7)) = 0$.

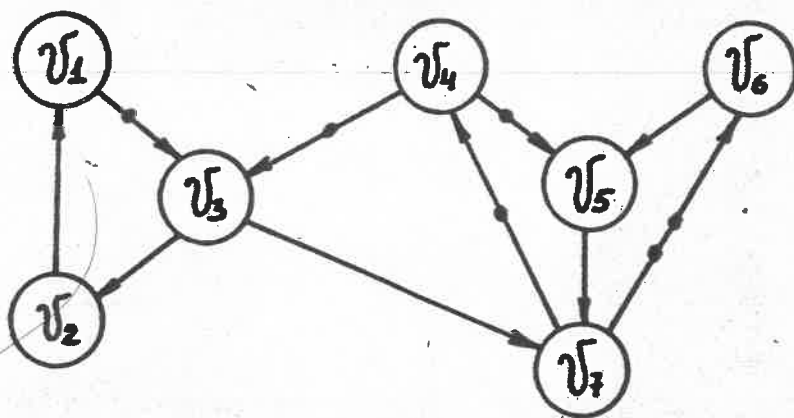
Будем обозначать $M(\pi)$ - число маркеров на дугах пути $\tilde{\pi}$ при маркировке M , т.е. $M(\pi) = \sum_{i=1}^n M((v_{i-1}, v_i))$.

Пусть задан граф $\langle V, E \rangle$, тогда вершина $v \in V$ срабатывает при маркировке M , если $M(e) > 0$ для всех $e \in I(v)$.

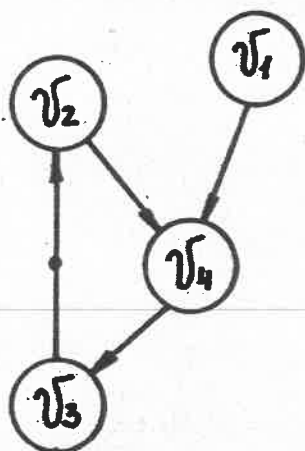
После срабатывания вершины v образуется новая маркировка M' . M' определяется следующим образом. Для каждой дуги $e \in E$:

$$M'(e) = \begin{cases} M(e) - 1, & \text{если } e \in I(v) \setminus O(v), \\ M(e) + 1, & \text{если } e \in O(v) \setminus I(v), \\ M(e), & \text{если } e \in I(v) \cap O(v). \end{cases}$$

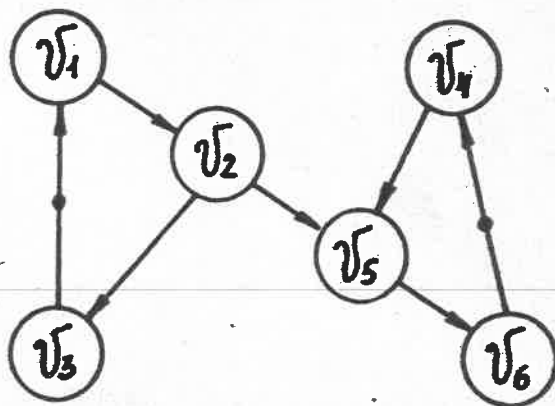
Следовательно, срабатывание вершины v может быть представлено снятием одного маркера с каждой дуги из $I(v)$ и добавлением



a



б



в

Рис. 3.2.

одного маркера на каждую дугу из $O(v)$. На рис.3.2,а при заданной маркировке могут сработать вершины v_3, v_4, v_6 .

Заметим, что для маркированного графа нет смысла разделять понятия возможности срабатывания и само срабатывание. Это связано с устойчивостью маркированного графа как подкласса сетей Петри. Следовательно, сам маркированный граф представляет модельную интерпретацию устойчивого неуправляемого асинхронного процесса. Кроме того, ввиду очевидной коммутативности и определенности такой процесс является локально сходящимся.

Пусть \mathcal{M} - множество всех возможных маркировок MG . Определим функцию перехода из одной маркировки в другую по действию, связанному со срабатыванием вершины:

$$\mathcal{M} \times V \xrightarrow{\delta} \mathcal{M}$$

а) $\delta(M', v) = M''$ - если v срабатывает при M' , и M'' - следующая маркировка, полученная после срабатывания v .

б) δ - не определена на паре (M', v) , если v не срабатывает при M' .

Расширим δ до области задания $\mathcal{M} \times V^*$, так, что V^* - свободный моноид, полученный из множества V , а s - некоторая цепочка вершин v из V . Тогда

а) $\delta(M', s) = M''$, если $s = v_1 v_2 \dots v_n (n > 0)$ и существует последовательность маркировок M_0, M_1, \dots, M_n такая, что $M_0 = M'$ и $M_n = M''$, и v_i срабатывает при M_{i-1} и $\delta(M_{i-1}, v_i) = M_i$ для $i \in [1, n]$;

б) $\delta(M', s) = M'$, если $s = \lambda$ - цепочка длины 0 (обратное не всегда справедливо);

в) $\delta(M', s)$ - не определена, в противном случае.

Если δ определена при (M', s) , то будем говорить, что цепочка s срабатывает при M' . Видно, что λ срабатывает при любой маркировке, что позволяет говорить об асинхронности маркированного графа и тем самым исключить из рассмотрения в графе

маркировок петлевые дуги.

Определение 3.1.2. Пусть $\langle V, E, M \rangle$ — маркированный граф. $s \in V^*$ назовем последовательностью срабатываний, если s срабатывает при начальной маркировке M .

В примере (рис. 3.2, а) возможна такая последовательность срабатываний: $s = v_4, v_3, v_2, v_1, v_6, v_5, v_7, \dots$; $\delta(M, s) = M$.

Маркировку M' назовем достижимой для маркированного графа $\langle G, M \rangle$, если существует последовательность срабатываний s такая, что $\delta(M, s) = M'$.

Проблема достижимости для маркированных графов алгоритмически разрешима [98], а следовательно алгоритмически разрешима и проблема живости [107].

Назовем вершину v маркированного графа потенциально срабатываемой при заданной маркировке M , если v принадлежит хотя бы одной последовательности срабатываний при M .

Исходную маркировку назовем активной, если все вершины потенциально срабатываемы.

Понятие активной маркировки имеет смысл для маркированного графа, у которого $G = \langle V, E \rangle$ не является сильно связанным графом. Практически это свойство относится и к описанию неавтономных процессов.

Вершину $v \in V$ маркированного графа $\langle V, E, M \rangle$ назовем живой, если для любой маркировки M' , достижимой из M , существует такая маркировка M'' , при которой v срабатывает.

Маркированный граф назовем живым, если все его вершины живые.

3.1.3. Анализ свойств маркированных графов

Теорема I из [98] показывает, что конечный маркированный граф является живым тогда и только тогда, когда каждый цикл в графе содержит по крайней мере одну дугу, такую что $M(e) > 0$.

В [98] однако не отмечается, что при этом граф не должен содержать вершин "истоков" или "стоков". Рис.3.2,б иллюстрирует выполнение условий из [98], однако граф не является живым. Таким образом уточним условие живости.

Утверждение 3.1.1. Если в конечном маркированном графе каждая из вершин принадлежит какому-либо циклу, и каждый цикл π содержит по крайней мере один маркер ($M(\pi) > 0$), то граф является живым

Наличие свойства живости маркированного графа гарантирует отсутствие тупиковых ситуаций в моделируемом процессе. Проверка на живость проводится для автономных процессов, в частности, для анализа протокола взаимодействия.

Маркированный граф $MG = \langle V, E, M \rangle$ назовем безопасным (K -ограниченным), если для любой достижимой маркировки M' и дуги $e \in E$, $M'(e) \leq 1$ ($M'(e) \leq K$).

Утверждение 3.1.2. (Теорема 2 из [98]). Живой маркированный граф является безопасным тогда и только тогда, когда каждая дуга графа содержится в цикле π таком, что $M(\pi) = 1$.

Назовем циклы, обладающие указанным свойством, синхронизирующими.

Свойство безопасности (или, по крайней мере, K -ограниченности) так же как и для сетей Петри является важным для маркированного графа, описывающего систему взаимодействия, так как позволяет говорить об удовлетворении физическим ограничениям емкости буферной памяти и каналов связи. При описании поведения логических схем безопасность иногда соответствует полумодулярности схем [39].

Ввиду того, что при срабатывании вершин маркированного графа число маркеров $M(\pi)$ в каждом цикле постоянно, можно распространить утверждение 3.1.2 очевидным образом на условие K -ограниченности маркированного графа (в каждом цикле должно быть не более K маркеров).

На рис.3.2, в изображен маркированный граф, который является живым (каждая из вершин находится в требуемом цикле), но не ограниченным (дуга (v_2, v_5) не принадлежит ни одному из циклов).

Очевидно, что безопасный маркированный граф имеет маркировки, представляющие двоичные наборы значений маркировок каждой из дуг: $M(e) \in \{0, 1\}$.

Замечание. Понятие "живость" и "безопасность" для маркированного графа тождественны понятиям живости и безопасности маркировки этого графа.

Утверждение 3.1.3. (Теорема 3 из [98]). Для любого конечного сильно связанного орграфа всегда существует живая и безопасная маркировка.

Из указанных свойств можно сделать следующие выводы.

1. Если имеется описание протокола в виде маркированного графа, то для установления основных свойств корректного протокола необходимо:

- а) определить все циклы соответствующего орграфа.
- б) проверить все ли циклы синхронизирующие,
- в) проверить принадлежность каждой из дуг графа какому-либо синхронизирующему циклу.

2. Если необходимо создать правильное задание протокола, то требуется:

- а) установить порядок выполнения событий и задать его в виде орграфа,
- б) проверить сильную связность, если дальнейших действий нет, иначе:
 - в) определить все циклы данного графа,
 - г) определить живую и безопасную маркировку путем нахождения покрытия множества всех циклов графа некоторым подмножеством дуг так, что каждому циклу поставлена в точности одна дуга,

далее указанные дуги помечаются маркерами.

Отмеченные выше выводы фактически представляют собой способи решения задач анализа и синтеза корректного описания.

Заметим, что ключевые вопросы анализа и синтеза протокола в виде маркированного графа сводятся к задачам нахождения всех циклов в орграфе и (или) проверке сильной связности орграфа.

1. Для установления сильной связности орграфа предлагается воспользоваться алгоритмом нахождения транзитивного замыкания отношения смежности вершин (V - множество вершин, E - множество дуг), который состоит в возведении в степень соответствующей матрицы смежности [46]. Сложность такого алгоритма полиномиальная $O(|V|^3)$ (при распараллеливании операции перемножения булевых матриц можно довести до $O(|V|)$ [123]).

2. Для выделения полного множества циклов можно воспользоваться:

- алгоритмом нахождения определителя $\|RUI\|$ (R - матрица смежности, I - единичная матрица) и последующим перебором его слагаемых [34] со сложностью $O(|V|!(|V|-1))$;

- алгоритмом поиска в глубину [46] со сложностью $O((|V|+|E|)e)$, где $e = O(\sum_{i=2}^{|V|} \binom{|V|}{i} (i-1)!)$.

Для живого и безопасного маркированного графа можно ввести отношение порядка на множестве его вершин. Для этого сперва выявляются все вершины V^0 , являющиеся концами маркированных дуг, т.е. $v \in V^0 \mid e \in I(v) \wedge M(e) = 1$. Эти вершины именуется нулями. Далее в каждом синхронизирующем цикле вводится линейное упорядочение с нулем, отмеченным выше. Наибольшим элементом в каждой такой линейной решетке будет вершина смежная с нулем. Введенное таким образом упорядочение задает последовательность срабатывания вершин относительно каждого из синхронизирующих циклов.

Утверждение 3.1.4. В живом и безопасном маркированном графе

любая последовательность срабатываний совместима с каждым из линейных упорядочений по синхронизирующим циклам.

Пусть δ последовательность вершин и v - вершина из δ . Тогда $a(v)$ обозначает число раз, когда v встречается в δ .

Справедливо следующее свойство.

Утверждение 3.1.5. Если в маркированном графе $\langle V, E, M \rangle$ имеется дуга $e = (v_i, v_j)$, а δ - последовательность срабатывания вершин при маркировке M' , и $M'' = \delta(M', \delta)$, то

$$M''(e) = M'(e) + a(v_i) - a(v_j) \quad (3.1.1)$$

Справедливость немедленно следует из правила срабатывания вершин. По индукции легко показать следующее свойство.

Утверждение 3.1.6. Если $\pi = v_0, \dots, v_n$ - элементарный путь в маркированном графе MG , δ - последовательность срабатываний вершин при маркировке M' , и $M'' = \delta(M', \delta)$, то

$$M''(\pi) = M'(\pi) + a_0(v_0) - a_n(v_n) \quad (3.1.2)$$

Каждой последовательности маркировок M^1, M^2, \dots, M^N , а следовательно и последовательности срабатывания вершин $v_{k_1}, \dots, v_{k_{N-1}}$ таких, что $M^i \xrightarrow{v_{k_i}} M^{i+1}$, поставим в соответствие последовательность векторов срабатывания a^1, a^2, \dots, a^{N-1} , где $a^i = (a^i_1, \dots, a^i_n)$ - вектор натуральных чисел, $a^1 = (0, \dots, 0)$; $a^i_j = a^{i-1}_j + 1$, если $v_j = (M^{i-1}, M^i)$ (т.е. вершина v_j срабатывает при переходе $M^{i-1} \rightarrow M^i$); и $a^i_j = a^{i-1}_j$, если $v_j \neq (M^{i-1}, M^i)$ (т.е. вершина не срабатывает при данном переходе).

Таким образом, a^i_j обозначает число срабатываний вершины v_j на отрезке M^1, \dots, M^i , а a^i - вектор срабатываний всех вершин маркированного графа.

Выражение (3.1.1) позволяет относительно некоторой начальной маркировки однозначно получить для любого вектора срабатываний соответствующую ему текущую маркировку.

На множестве векторов срабатываний определим отношение час-

тичного порядка [6,7,39] $a \leq b$, если $a_j \leq b_j, \forall j \in [1, n]$.

Множество векторов срабатывания, построенное для всех последовательностей маркировок (срабатываний) маркированного графа, начинающихся с маркировки M , в паре с отношением частичного порядка, обозначим через $C(M)$. Наименьшую верхнюю грань элементов a и b - через $a \vee b$, а наибольшую нижнюю грань этих элементов - через $a \wedge b$ [7,22,39].

Утверждение 3.1.7. Пусть $MG = \langle G, M \rangle$ - живой маркированный граф, тогда множество $C(M)$ - дистрибутивная решетка с нулем.

Для доказательства этого свойства введем следующие понятия.

Определение 3.1.3. Пусть задан оргграф $G = \langle V, E \rangle$. Обращением графа G назовем оргграф $G' = \langle V, E' \rangle$, если для каждой дуги $e = (v_i, v_j) \in E$ существует одна и только одна дуга $e' = (v_j, v_i) \in E$ с противоположным e направлением.

Определение 3.1.4. Для маркированного графа $MG = \langle G, M \rangle$ обращением назовем маркированный граф $MG' = \langle G', M \rangle$, где G' есть обращение G .

Очевидно, что в силу правил срабатывания вершин все свойства MG (сильная связность оргграфа, живость, безопасность) справедливы для обращения MG' .

Достижимость маркировок обращения MG' эквивалентна обратной достижимости для MG . Более того, оргграф множества маркировок, достижимых из M для живого, ограниченного MG является обращением оргграфа множества маркировок для MG' .

В силу указанных причин число срабатываний любой вершины v между двумя маркировками M' и M'' , принадлежащими некоторой последовательности маркировок графа MG , равно числу срабатываний этой вершины между маркировками M'' и M' , принадлежащими последовательности маркировок обращения MG' .

Обозначим через $C'(M)$ множество векторов срабатывания в паре

с аналогичным отношением частичного порядка для обращения MG' .

Для $a, b \in C(M)$ определим операции конъюнкции $a \wedge b$ и дизъюнкции $a \vee b$, где $(a \wedge b)_j = \min(a_j, b_j)$ и $(a \vee b)_j = \max(a_j, b_j)$ соответственно. Аналогично определяется для обращения.

Докажем теперь 3.1.7.

1. Покажем, что если $C(M)$ замкнуто относительно дизъюнкции и конъюнкции, то $C(M)$ - дистрибутивная решетка.

Действительно, при сделанных предложениях

$$a \vee b = a \vee b \quad \text{и} \quad a \wedge b = a \wedge b$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда } (a \wedge (b \vee c))_j &= (a \wedge (b \vee c))_j = \min(a_j, \max(b_j, c_j)) = \\ &= \max(\min(a_j, b_j), \min(a_j, c_j)) = ((a \wedge b) \vee (a \wedge c))_j = ((a \wedge b) \vee (a \wedge c))_j \end{aligned}$$

Аналогично проверяется выполнение второго закона дистрибутивности.

2. Покажем, что для маркированного графа $MG(C(M))$ замкнуто относительно дизъюнкции и конъюнкции.

Замкнутость $C(M)$ относительно дизъюнкции следует из устойчивости маркированного графа как MG -сети Петри, что в свою очередь влечет локальную сходимость.

Рассмотрим пару $a, b \in C(M)$. Будем обозначать через M^a маркировку, соответствующую вектору срабатываний a .

Тогда найдутся две непересекающиеся последовательности векторов срабатывания $a \wedge b, \dots, a, \dots, a \vee b$ и $a \wedge b, \dots, b, \dots, a \vee b$, которым соответствуют последовательности маркировок $M_{a \wedge b}, \dots, M_a, \dots, M_{a \vee b}$ и $M_{a \wedge b}, M_b, \dots, M_{a \vee b}$. Ввиду замкнутости относительно дизъюнкции $\forall j: (a \vee b)_j = (a \vee b)_j = \max(a_j, b_j)$. Получим для $a \vee b$ маркировку $M_{a \vee b} = M^{\max(a, b)}$. Заметим, что для обращения MG' существуют две непересекающиеся последовательности маркировок, начиная с $M_{a \vee b}: M_{a \vee b}, \dots, M_a, \dots, M_{a \wedge b}$ и $M_{a \vee b}, \dots, M_b, \dots, M_{a \wedge b}$, являющихся точными обращениями последовательностей для MG . Это так ввиду эквивалентности прямой и обратной достижимости для MG и MG' соответственно.

По указанным последовательностям маркировок для MG' можно построить последовательности векторов срабатывания относительно маркировки $M^{a \cup b}$, которая соответствует нулевому элементу множества $C'(M^{a \cup b})$.

Для любой вершины v_j числа срабатываний в MG' от маркировки $M^{a \cup b}$ до маркировок M^a и M^b выражаются соответственно:

$$a'_j = \max(a_j, b_j) - a_j; \quad b'_j = \max(a_j, b_j) - b_j \quad (3.1.3)$$

Ввиду замкнутости множества $C'(M^{a \cup b})$ относительно дизъюнкции справедливо $(a' \cup b')_j = \max(a'_j, b'_j)$, а из равенства (3.1.3) следует $\max(a'_j, b'_j) = \max(a_j, b_j) - \min(a_j, b_j)$. Таким образом, $(a' \cup b')_j = \max(a_j, b_j) - \min(a_j, b_j)$. Но поскольку число срабатываний вершины v_j от маркировки $M^{a \cup b}$ до $M^{a \cup b}$ в MG равно числу ее срабатываний от $M^{a \cup b}$ до $M^{a \cup b}$ в MG' , то $(a \cup b)_j - (a \cap b)_j = (a' \cup b')_j - (a' \cap b')_j = [\max(a_j, b_j) - \min(a_j, b_j)] - 0 = \max(a_j, b_j) - \min(a_j, b_j)$

Кроме того, $(a \cup b)_j = \max(a_j, b_j)$, следовательно $(a \cap b)_j = \min(a_j, b_j)$, а поэтому множество $C'(M)$ замкнуто относительно конъюнкции.

3. Таким образом показано, что для маркированного графа множество $C'(M)$ замкнуто относительно дизъюнкции и конъюнкции, из чего следует, что $C'(M)$ — дистрибутивная решетка с нулем.

Данный результат позволяет в дальнейшем говорить о том, что изобразительные возможности маркированных графов для описания, например, логических схем не зависящих от скорости ограничены классом дистрибутивных схем [39].

3.1.4. Описание и анализ протоколов

Практическая ценность маркированного графа для описания взаимодействия устройств не велика, поскольку эта модель сама по себе не имеет средств, отражающих семантическую связь с поведением отдельных частей объектов. Такая связь может быть введена, если вершинам маркированного графа поставить в соответствие некото-

ные изменения значений информационных и (или) управляющих сигналов (сообщений, внутренних состояний и т.п.).

Как было показано в разделе I, одним из способов анализа протоколов является проверка всех возможных диалогов, возникающих между двумя или более участниками взаимодействия. Для представления таких диалогов используются диаграммы глобальных состояний или фазовые диаграммы [124,127], в которых ввиду наличия параллелизма поведения участников обмена и, возможно, каналов связи приходится изображать все возможные достижимые глобальные состояния. Между тем, можно заметить, что при высокой степени параллелизма эффективность приобретают такие изобразительные средства как маркированные графы (в основном благодаря компактности и разрешимости). Легко видеть, что каждому диалогу ставится в соответствие некоторый автономный неуправляемый асинхронный процесс ("безальтернативный"), поэтому множество возможных диалогов, задающих протокол, естественно представить с помощью множества маркированных графов с семантической интерпретацией. Еще более оправдано использование маркированных графов, если протокол взаимодействия задается вообще одним диалогом, например, как дисциплина взаимодействия по принципу "запрос-ответ" [2].

Рассмотрим следующую задачу. Пусть для представления протокола используются как и в [75] примитивы двух видов:

$s_i(j)$ – процесс i посылает сообщение процессу j ;

$r_i(j)$ – процесс i получает сообщение от процесса j .

Время отправки и приема сообщений никак не оговаривается. Задачей является использование маркированного графа для описания и анализа программы, составленной с помощью этих примитивов, ориентированная на выявление дедлоков, неварных примитивов и возможности неограниченной буферизации сообщений.

Проиллюстрируем предлагаемый подход примерами, из которых

ясна нотация программ.

Пример 3.1.4.1.

Процесс 1: $(\Gamma(2); \delta(2))^*$

Процесс 2: $(\Gamma(1); \delta(1))^*$

Пример 3.1.4.2.

Процесс 1: $((\delta(3); \Gamma(3)) \text{ or } (\delta(2); \Gamma(2)))^*$

Процесс 2: $((\Gamma(1); \delta(1)) \text{ or } \Gamma(3))^*$

Процесс 3: $((\Gamma(1); \delta(1)) \text{ or } \delta(2))^*$

Знак ";" разделяет последовательные события, знак "*" служит для обозначения цикла, разделитель "or" - для указания альтернатив процесса.

Поставим в соответствие вершинам маркированного графа некоторые примитивы программ протокола. Сперва рассмотрим пример безальтернативного, т.е. неуправляемого взаимодействия.

1. Пусть передача и прием сообщений ведется без буферизации в канале. В этом случае выполнение пары примитивов, соответствующих одному сообщению, осуществляется одновременно, т.е. с помощью одного совместного перехода и для примера 3.1.4.1 диалог изображается маркированным графом (рис.3.3,а). Так как каждый из взаимодействующих процессов является последовательным, то при отсутствии буфера пара процессов является согласованной тогда и только тогда, когда процессы заданы следующим образом (рис.3.3,б) и исходная маркировка: либо $e_1^1 e_1^2$, либо $e_2^1 e_2^2$. Иначе говоря, возможна только полудуплексная связь.

2. Рассмотрим случай с буферизацией сообщения и блокировкой при приеме. Смысл термина "блокировка при приеме" состоит в том, что процесс, передающий сообщение, передает его сразу, как только внутренние условия для передачи сформированы, т.е. независимо от состояния канала связи. На рис.3.3,в изображен маркированный граф для такого взаимодействия. При указанной начальной марки-

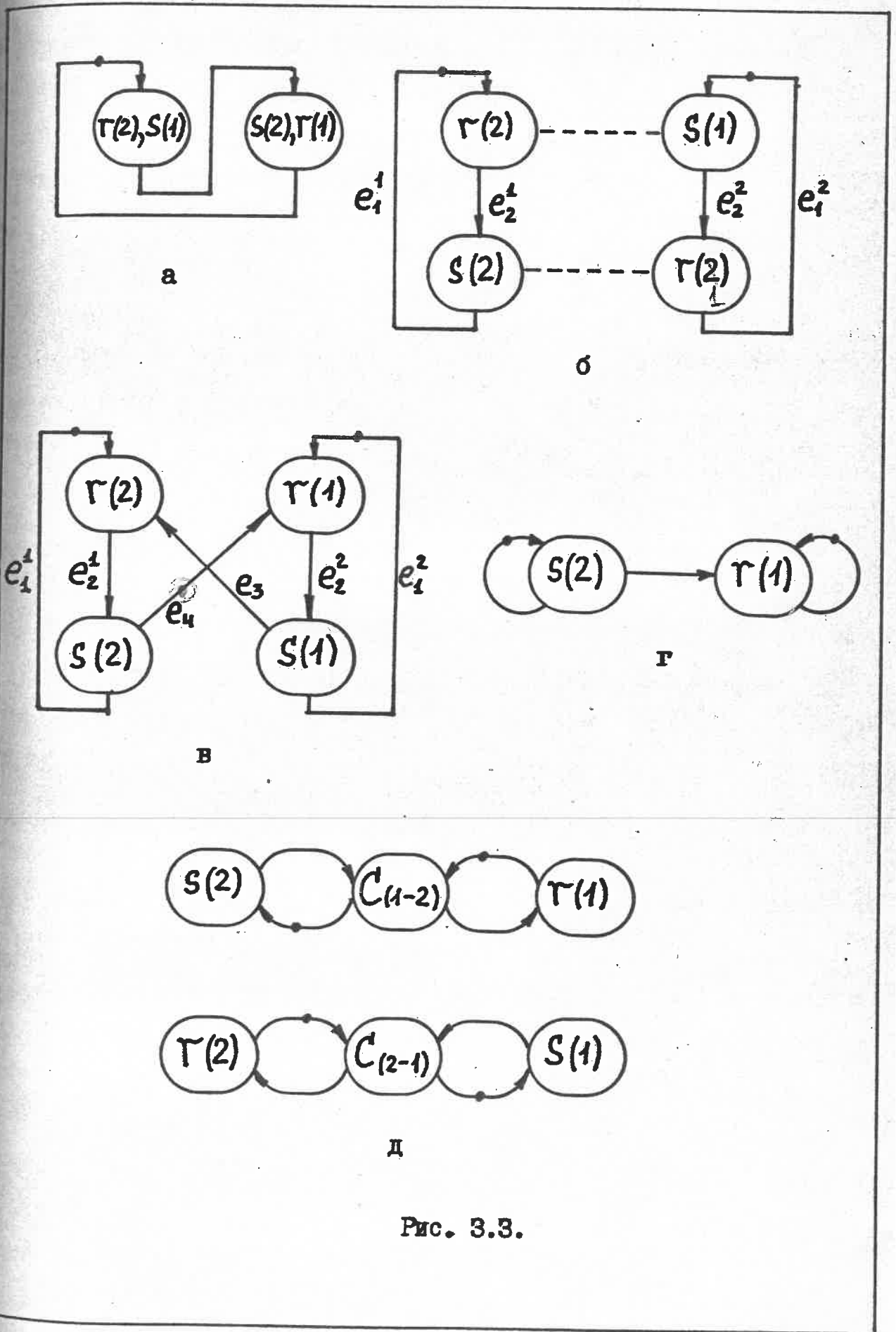


Рис. 3.3.

ровке, соответствующей начальному состоянию программы примера 3.1.4.1, протокол имеет дедлок и процессы оказываются не согласованными. При такой маркировке цикл $\pi = (e_3 e_1^2 e_4 e_2^2)$ не содержит маркера. Очевидно, необходимо несколько "сместить" процессы относительно друг друга, с тем, чтобы в канале связи находилось хотя бы одно сообщение. Это обеспечит живость протокола. Между тем, если в качестве начальной маркировки взять $e_2^1 e_2^2$ или $e_1^1 e_4 e_1^2 e_3$, то в каждом цикле будет минимум по одному маркеру, однако в цикле будет два маркера, что может привести к небезопасной маркировке, соответствующей нахождению в одном из буферов C_{12} или C_{21} пары сообщений. Вместе с тем можно заметить, что более двух маркеров на дуге оказаться не может по теореме о постоянстве числа маркеров в цикле. Следовательно дуплексное согласование возможно лишь при условии допустимости, исходя из физических возможностей буфера, небезопасной, но ограниченной маркировки ($k = 2$).

Легко заметить, что ограниченность заполнения канала обеспечивается наличием ответного сообщения в данном протоколе. Проблема переполнения канала может возникнуть в случае нарушения условия сильной связности орграфа протокола. Например (рис. 3.3, б), если один из процессов только передает сообщения без приема ответов, он может неограниченно заполнить канал, если приемник не будет успевать принимать сообщения за необходимый отрезок времени.

Можно расширить модель, введя буферизацию сообщения с квитированием (режим конвейера) не ответным сообщением, а сигналом из буфера. Такая модель (рис. 3.3, д) допускает разделение протоколов приема и передачи сообщений. Связь между такими протоколами опосредуется внутренними событиями процессов, в нужный момент синхронизирующими указанные протоколы. Аналог такого взаимодействия на аппаратном интерфейсном уровне - разделение каналов (и соответственно протоколов) передачи адреса и данных между процессором и

памятью (раздел 4).

Рассмотрим теперь пример 3.1.4.2. Для графического отображения такого протокола прибегнем к расширению модели маркированного графа, позволяющему задавать управляемое взаимодействие процессов. На рис.3.4 изображен "расширенный" маркированный граф, соответствующий протоколу примера 3.1.4.2. Прямоугольные вершины срабатывают при наличии маркера на одной и только одной из входящих дуг — ортогональность условий на входе. В результате срабатывания маркер появляется на одной и только одной из выходящих дуг (ортогональность на выходе). Пусть программы протокола структурированы, т.е. каждый процесс представляется реконвергентной структурой, при которой имеется вершина с одной входной дугой; помещение маркера на такую дугу при начальной маркировке должно обеспечивать локальную живость данного процесса. Из рис.3.4 понятно, что приведенная исходная маркировка ведет к дедлоку.

Анализ маркировок на потенциальный дедлок связан с необходимостью просмотра всех сочетаний (значений наборов) альтернативных условий, порождаемых из расширенного маркированного графа множество обычных маркированных графов, каждый из которых анализируется описанными выше способами проверки циклов. Для примера 3.1.4.2 необходимо рассмотреть $2^3 = 8$ подграфов.

Заметим, что указанная расширенная модель по своим изобразительным возможностям аналогична сетям Петри свободного выбора (СВ-вети). В [84] показано теоретическое обоснование возможности анализа СВ-сетей на хорошую сформированность, живость и безопасность с помощью проверки покрываемости (или декомпозиции), заданной СВ-сети множеством маркированных графов (а также автоматных сетей) и проверки условий живости и безопасности для элементов указанного множества. Алгоритмическая сложность такого анализа экспоненциальна (за счет экспоненциальности алгоритма поиска

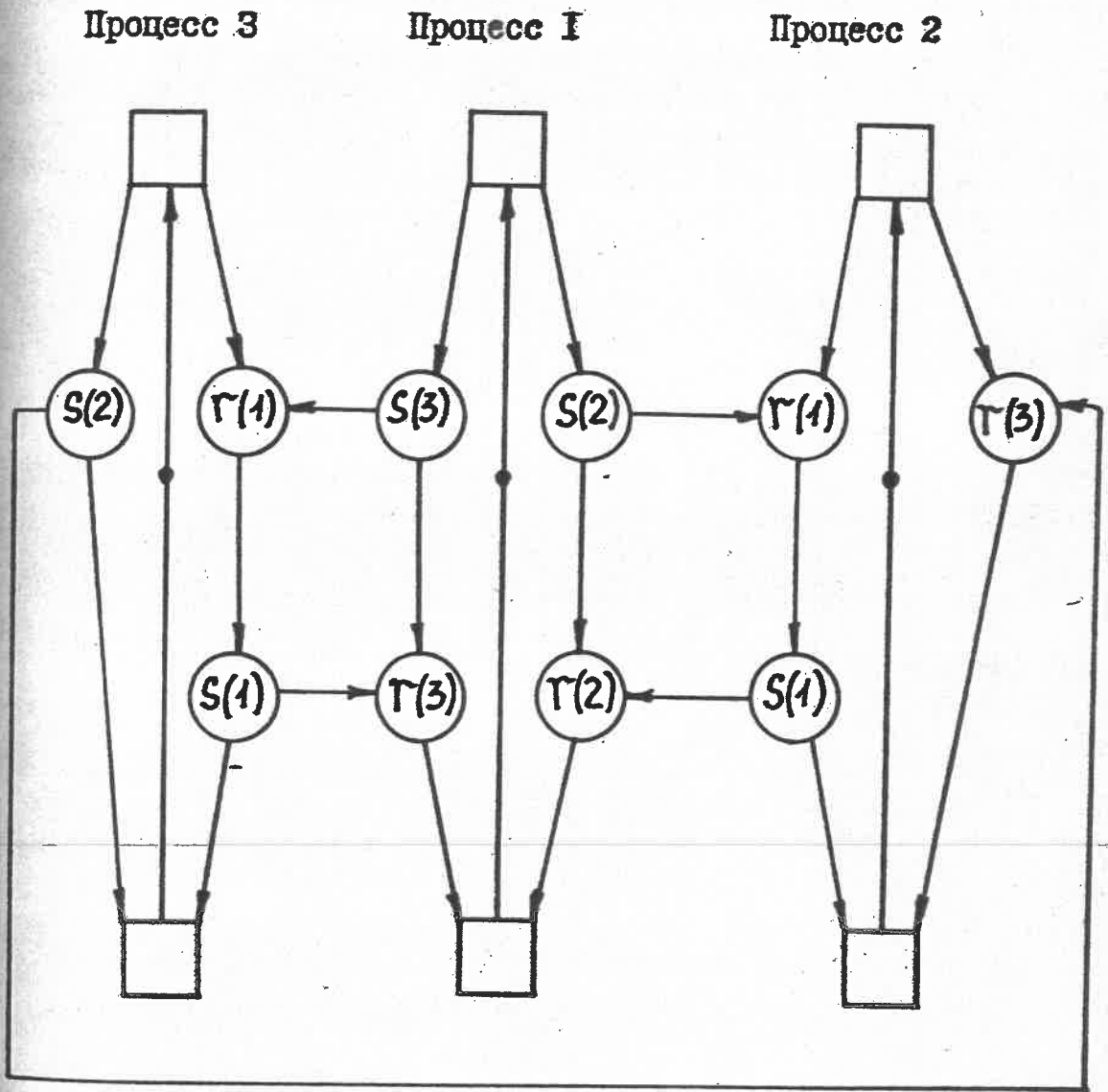


Рис. 3.4.

покрытия), что делает проблематичным анализ программы протоколов с большим количеством примитивов и условий - альтернатив поведения.

Наличие непарных примитивов выявляется в данной модели весьма просто, если осуществлять процедуру построения протокола, начиная с синтеза локальных моделей процессов - участников взаимодействия. После получения локальных процессов и проверки их локальной связности изображаются дополнительные выходящие и исходящие дуги в вершины, относящиеся к приемным и передающим примитивам соответственно. Вслед за этим соединяются в одну дугу пары дуг, инцидентных вершинам, соответствующим одноименным сообщениям. Таким образом, непарные примитивы обозначаются вершинами, имеющими входные дуги, у которых нет вершин-истоков, и входные дуги, у которых нет вершин-стоков.

Анализ на возможность ограниченной и неограниченной буферизации сообщений в каналах связи сводится к проверке безопасности или ограниченности соответствующего маркированного графа указанным способом.

Обобщенная методика анализа протокола (рис.3.5), исходное задание которого выполнено в виде множества маркированных графов $\{MG_i\}$ ($MG_i = \langle G_i, M_i \rangle$), обеспечивает выявление таких свойств, как связность, живость, безопасность, K -ограниченность.

3.2. Модели асинхронных дискретных структур

3.2.1. Понятие сигнального графа

Пусть необходимо описать поведение асинхронной дискретной структуры (определение 10.3.1 из [39] для логической схемы), заданной некоторым множеством переменных: $Z = \{z_1, \dots, z_n\}$. Каждая из переменных имеет свое множество значений (состояний):

$S(z_i) = \{z_i^0, \dots, z_i^k\}$. Для простоты будем считать, что значения переменных определяются неотрицательными целыми числами или

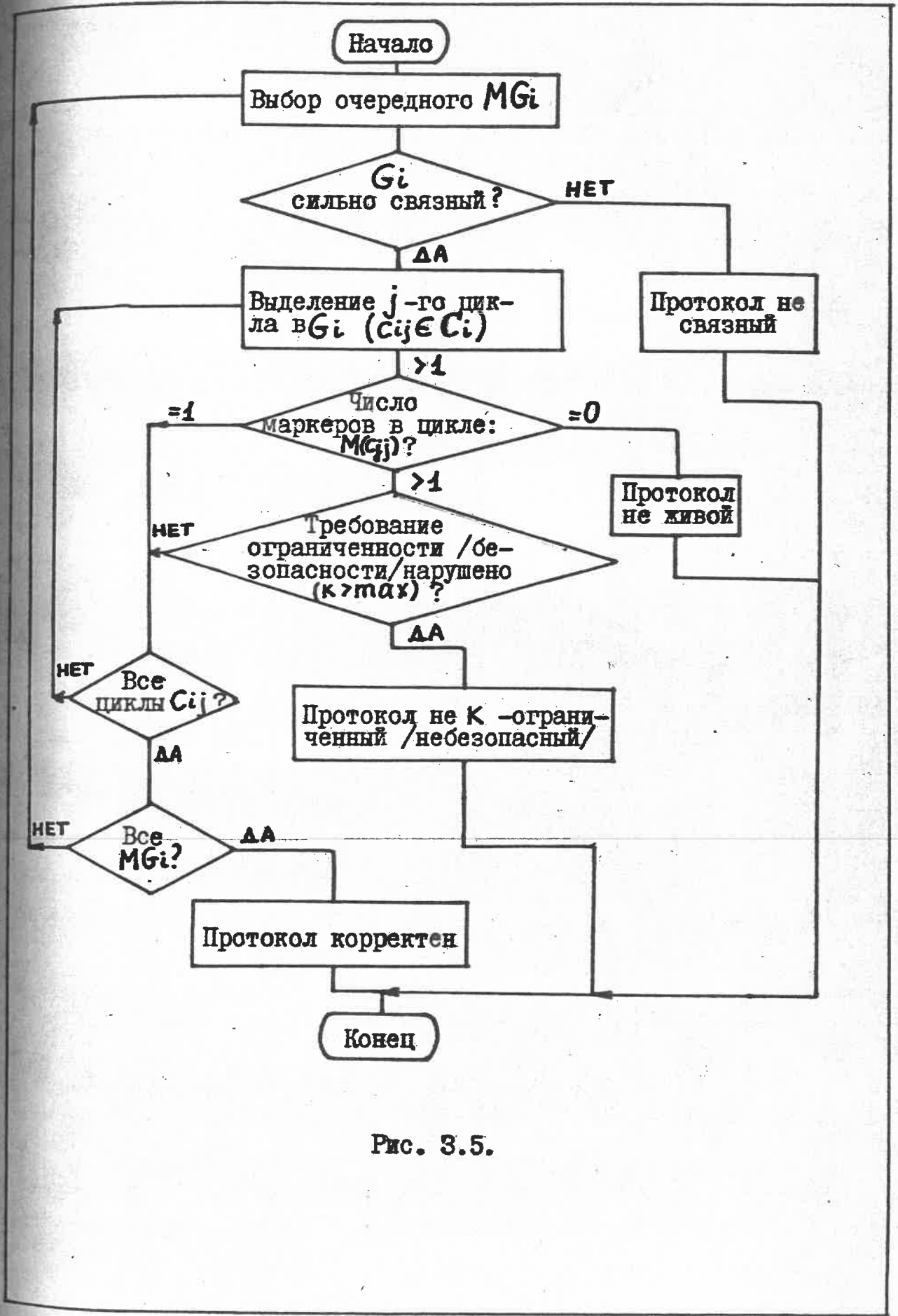


Рис. 3.5.

наборами последних. Например, для двоичных логических схем:

$S(z_i) = B = \{0, 1\}$ — множество значений элемента схемы; $S(z_i) = \{A_1, \dots, A_k\}$ — множество двоичных наборов (информационных кодов) A_j , заданных на $B^m = \prod_{k=1}^m B$

Рассмотрим конечное множество допустимых изменений состояний переменных $z_i \in Z$, которое обозначим через ΔZ . Например, для $Z = \{z_i\} | S(z_i) = \{0, 1\}$; $\Delta Z = \{z_1^{0-1}, z_1^{1-0}, z_2^{0-1}, z_2^{1-0}, \dots, z_n^{0-1}, z_n^{1-0}\}$

Введем функцию разметки вершин маркированного графа $MG = \langle V, E, M \rangle$, $\alpha: V \rightarrow \Delta Z$, ставящей в соответствие некоторым вершинам орграфа G одно и только одно изменение некоторой переменной z_i . При этом может оказаться, что некоторым вершинам не поставлено в соответствие никакого изменения, такие вершины будем называть "чистыми" синхронизаторами и обозначать через τ . Возможно, что двум или более различным вершинам соответствует одно и то же изменение некоторой переменной (α — не взаимно-однозначное отображение), это будет соответствовать двум или более кратным повторениям значений переменной.

Назовем разметку α правильной, если все вершины, помеченные изменениями δz_i одной и той же переменной z_i содержатся в одном синхронизирующем цикле. Действительно, все изменения одной переменной должны быть линейно упорядочены, в противном случае (попадание в различные циклы) — описание не является бесконфликтным по какой-либо из переменных.

Рассмотрим примеры. Если вершине присвоено обозначение вида $z_i^{A_j - A_l}$, то при ее возбуждении (наличии точек на всех входных дугах) инициируется переход $A_j - A_l$. Начинается смена набора A_j значения информационной (управляющей) переменной z_i . По завершении этого перехода (установка набора A_l) изымаются точки со всех входных дуг и устанавливаются точки на всех выходных дугах. Любой промежуточный набор B , лежащий в подкубе (A_j, A_l) не вызы-

вает изменения маркировки дуг, инцидентных данной вершине.

Если вершине приписано обозначение вида $z_i^{0-1} (z_i^+)$ или $z_i^{1-0} (z_i^-)$, то при возбуждении вершины осуществляется переход значения сигнала z_i из 0 в 1 или из 1 в 0 соответственно. По завершении перехода свойственным маркированному графу образом изменяется маркировка инцидентных вершине дуг.

Определение 3.2.1. Сигнальным графом SG назовем маркированный граф MG , над вершинами которого осуществлена правильная разметка α . Таким образом, $SG = \langle MG, \Delta Z, \alpha \rangle$, где MG - маркированный граф $\langle V, E, M \rangle$, ΔZ - множество всех допустимых изменений всех переменных асинхронной дискретной структуры, α - функция правильной разметки.

Введенное определение не противоречит определению из [89], но обобщает его, поскольку в нем речь идет только об управляющих сигналах. Понятия живого и безопасного (K - ограниченного) сигнального графа соответствуют введенным определениям для маркированного графа.

3.2.2. Диаграмма переходов и модель Маллера

Для представления асинхронной дискретной структуры можно использовать следующую интерпретацию ситуаций и переходов асинхронного процесса.

1. Каждая из ситуаций представляется набором n значений переменных $z_i \in Z$, $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}$. Каждая переменная имеет область значений $S(z_i) = \{a_i^1, \dots, a_i^k\}$. Данная интерпретация, вообще говоря, не конкретизирует механизма выделения инициаторов и результатов, поскольку не отражает семантики переменных.

Таким образом, множество ситуаций S - это множество наборов из $\times_{i=1, n} S(z_i)$, граница числа состояний $N = \prod_{i=1}^n K_i$.

2. Отношение F изображается оргграфом, вершины которого

соответствуют ситуациям и если $s_u F s_v$, то вершины соединены дугой, направленной из s_u в s_v , причем если в s_u компонента $x_i = a_i^u$, а в $s_v - x_i = a_i^v$ и $a_i^v \neq a_i^u, a_i^u, a_i^v \in S(x_i)$, то в наборе s_u значение a_i^u компоненты x_i помечается звездочкой. Переменные, значение которых помечены звездочкой, называются возбужденными, остальные - устойчивыми.

Срабатыванием переменной x_i будем называть действие, соответствующее переходу F между ситуацией s_u , в которой переменная была возбуждена, и ситуацией s_v , в которой она устойчива, причем $a_i^u \neq a_i^v$.

Определение 3.2.2. Асинхронный процесс, удовлетворяющий условиям 1 и 2, будем называть диаграммой переходов (ДП).

Понятие ДП, введенное в [26], является частным случаем ДП, определенной выше.

Таким образом, ДП является одним из видов модельной интерпретации асинхронного процесса. Для нее сохраняются понятия свойств эффективности, однозначности, сходимости, определенности, коммутативности, устойчивости относительно срабатывания переменных x_i .

Ситуация s_u диаграммы переходов будем называть конфликтной, если, во-первых, в ситуации s_u существует компонента x_i , значение a_i^u которой помечено звездочкой, во-вторых, существует ситуация s_v такая, что $s_u F s_v, a_i^u = a_i^v$ и значение a_i^v переменной x_i в ситуации s_v звездочкой не помечено. Понятие конфликтной ситуации отражает локальное нарушение устойчивости ДП.

Определение 3.2.3. Диаграмму переходов будем называть полумодулярной, если она не содержит конфликтных ситуаций, является определенной и коммутативной.

Свойство 3.2.1. Для диаграммы переходов, заданных на двоичных наборах $(\forall x_i, S(x_i) = \{0, 1\})$, необходимое и достаточное условие полумодулярности - наличие бесконфликтности.

Таким образом, полумодулярная диаграмма переходов является сходящейся.

Пример 3.2.1. Автономная полумодулярная диаграмма переходов, заданная на множестве $Z = \{z_1, z_2, z_3\}$, изображена на рис.3.6,а $S(z_i) = \{0, 1\}, i = 1, 2, 3$.

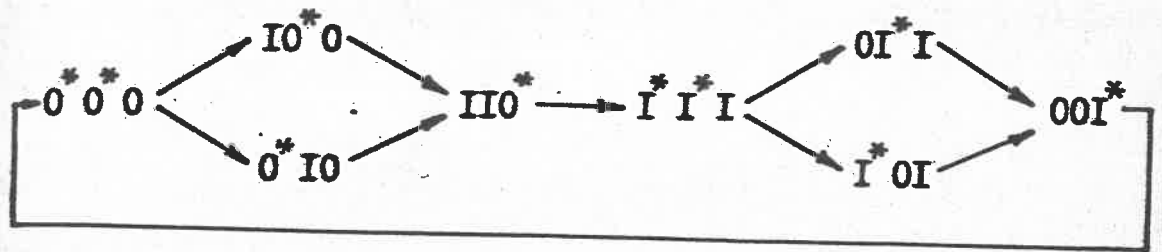
Построим проекцию диаграммы переходов на подмножество переменных $Z^n \subset Z$ путем удаления значений всех компонент, не входящих в Z^n , из полного кортежа ситуаций и отождествления всех вершин, соответствующих полученным одинаковым наборам значений переменных из Z^n . При этом расстановка звездочек выполняется так, что если в каком-либо из экземпляров набора \tilde{z} некоторые значения помечены звездочкой, то во вновь полученной ситуации все указанные значения также помечены звездочкой. Ясно, что проекция полумодулярной ДП может быть неполумодулярной ДП.

Пример 3.2.2. Проекция полумодулярной ДП (рис.3.6,а) на подмножество $\{z_1, z_2\}$ показана на рис. 3.6,б. Она не полумодулярна. Проекция той же ДП на подмножество $\{z_1, z_3\}$ дает полумодулярную диаграмму переходов (рис.3.6,в).

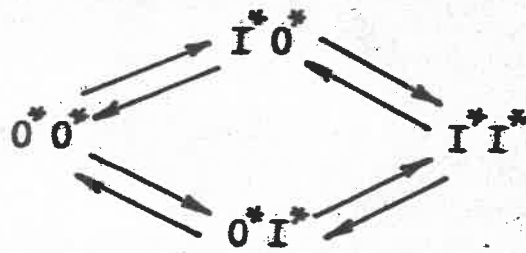
Выше под диаграммой переходов понимается неуправляемый асинхронный процесс, поэтому такую ДП можно назвать неуправляемой.

Рассмотрим УАП, у которого отношение следования $\tilde{F} = FUN(x)$, где $N(x)$ отношение условного перехода по команде x . Пусть ситуации s_u и s_v связаны отношением $s_u N(x_k) s_v$. Причем в ситуации s_u некоторая компонента z_i имеет значение a_i^u , а в ситуации s_v - значение $a_i^v, a_i^u \neq a_i^v$. В этом случае на дуге орграфа между s_u и s_v указывается значение команды x_k .

Переменная, значение которой в некоторой ситуации s_u отмечено звездочкой, а соответствующая дуга (s_u, s_v) помечена командой x_k , называется возбужденной по условию x_k . Соответствующее действие - срабатывание по условию. Очевидно, что если в



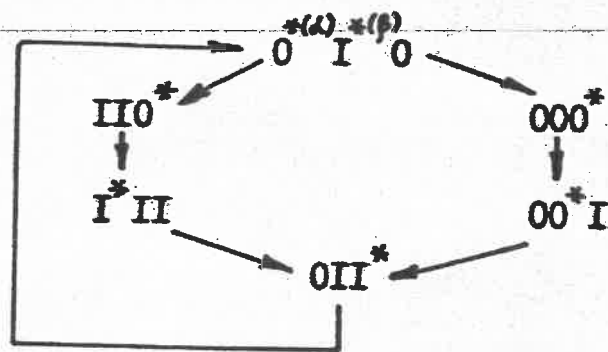
a



б



B



Г

Рис. 3.6.

управляемой ДП устранить какие-либо условия переходов, то она может стать неустойчивой или неопределенной управляемой ДП.

Будем называть управляемую ДП бесконфликтной, если она - устойчивая управляемая ДП, или для соответствующей ей неустойчивой управляемой ДП из каждой конфликтной ситуации возможны только ортогональные условные переходы вида $N(x_k)$.

Управляемую ДП будем называть определенной, если она - определенная управляемая ДП, или для соответствующей ей неопределенной управляемой ДП из каждой ситуации s_u с возбужденной переменной z_i возможны переходы в ситуации s_v, s_w , в которых z_i имеет значения, попарно отличные друг от друга и от значения a_i^u в s_u ($a_i^u \neq a_i^v \neq a_i^w, a_i^u \neq a_i^w$), и эти переходы имеют ортогональные условия.

Понятие коммутативности также переносится на управляемую ДП с учетом дополнительных действий - срабатываний по условию.

Управляемую ДП назовем детерминированной, если она бесконфликтна, определена, коммутативна.

Поскольку ДП, заданная на двоичных наборах $(S(z_i) \in \{0,1\})$, всегда определена, для нее имеет смысл несколько видоизменить изобразительные средства для переходов по условию. Если ситуации s_u и s_v связаны отношением $N(x_k)$ и в s_u переменная z_i имеет значение $a_i^u \in \{0,1\}$, а в $s_v - a_i^v \neq a_i^u, a_i^v \in \{0,1\}$, то в этом случае значение z_i в ситуации s_u будем отмечать символом x_k в качестве верхнего индекса (рядом со звездочкой или вместо нее).

Пример 3.2.3. Бесконфликтная управляемая автономная "двоичная" ДП изображена на рис.3.6,г. Требование ортогональности условия: всегда $\alpha\beta = 0$.

Отметим, что полумодулярные управляемые ДП (обозначим через U) является подклассом детерминированных управляемых ДП (обозначим через J). Другими подклассами являются дистрибутив-

ные (D) и последовательные (K) ДП.

Поясним причину использования понятия "полумодулярность". Это понятие было определено для логических схем в [39].

Под куммулятивным состоянием (ситуацией) относительно некоторой исходной ситуации ДП s^0 понимается ситуация, i -ая компонента которой представляет число изменений значения данной компоненты z_i на отрезке допустимой отношением F последовательности ситуаций ДП.

Таким образом, куммулятивная ситуация представляет собой вектор $\sigma(j) = [\sigma_1(j), \dots, \sigma_n(j)]$ с целочисленными компонентами $\sigma_i(j)$, причем $\sigma(1) = (0, \dots, 0)$, $\sigma_i(j) = \sigma_i(j-1)$, если $a_i^j = a_i^{j-1}$, $\sigma_i(j) = \sigma_i(j-1) + 1$, если $a_i^j \neq a_i^{j-1}$, где j - номер ситуации ДП в выделенной последовательности, а i - номер переменной $i \in [1, n]$, a_i^{j-1}, a_i^j - значения переменной z_i в ситуациях s^{j-1} и s^j соответственно, $s^{j-1} F s^j$.

На множестве куммулятивных ситуаций, построенных относительно ситуации s^0 ДП, можно ввести отношение частичного порядка: $\sigma \leq \tau$, если $\sigma_i \leq \tau_i$, $i \in [1, n]$. Множество куммулятивных ситуаций, построенное для всех последовательностей ситуаций ДП, начинающихся с s^0 , в паре с отношением частичного порядка, обозначим через $C[s^0]$. Наименьшую верхнюю грань элементов σ и τ обозначим через $\sigma \vee \tau$, а наибольшую нижнюю - через $\sigma \wedge \tau$ [6,7].

Справедливо, что для сходящейся (полумодулярной, дистрибутивной, последовательной) ДП множество $C[s^0]$ образует решетку (полумодулярную, дистрибутивную решетку, цепь) с нулем [6,7,39].

Имеет место отношение включения для указанных классов ДП: $K \subset D \subset U \subset J$.

Ограничимся рассмотрением диаграмм переходов на множестве значений булевских переменных z_i , таких что $S(z_i) = \{0,1\}$.

Определение 3.2.4. Моделью Маллера асинхронного процесса, описываемого диаграммой переходов, заданной на двоичных наборах

значений переменных $\tilde{z}_i \in Z$, будем называть соответствующую ей систему булевых уравнений вида:

$$\tilde{z}_i = f_i(z_1, z_2, \dots, z_i, \dots, z_k), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.2.1)$$

Установим соответствие между ДП и системой уравнений. Для нахождения последних можно воспользоваться таблицей истинности, составленной в соответствии со следующими правилами:

1. В левой части таблицы выписываются все наборы, на которых задается множество ситуаций ДП. Таких наборов 2^n .
2. Против каждого набора из левой части, соответствующего некоторой ситуации \tilde{D}_i , записывается набор, в котором все значения, помеченные звездочками в наборе из левой части таблицы, заменены на противоположные.
3. Если на данном наборе ситуация не определена, то в правом столбце ставится звездочка.

Пример 3.2.4. Рассмотрим полумодулярную, надистрибутивную ДП. Она показана на рис.3.7, где также выписана таблица истинности, из которой получается следующая система уравнений:

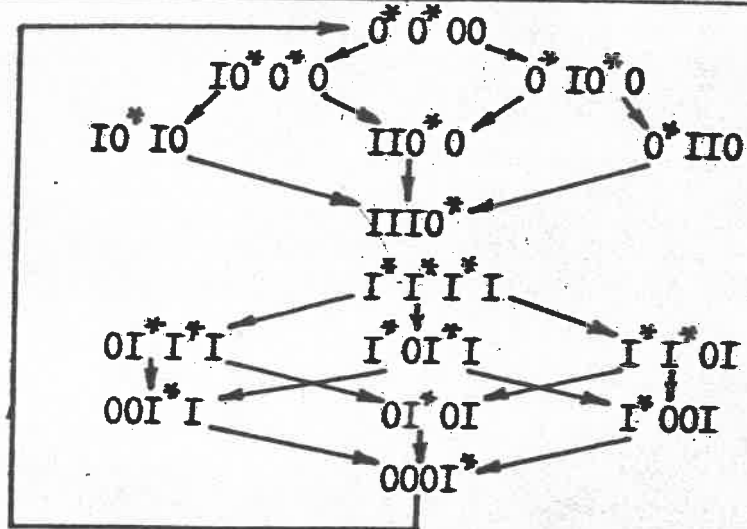
$$\tilde{z}_1 = \bar{z}_4, \quad \tilde{z}_2 = \bar{z}_4, \quad \tilde{z}_3 = (z_1 \vee z_2) \bar{z}_4, \quad \tilde{z}_4 = z_1 z_2 z_3 \vee (\bar{z}_1 \vee \bar{z}_2 \vee \bar{z}_3) \bar{z}_4.$$

В том случае, когда задана управляемая ДП, второй пункт правил перехода необходимо уточнить:

2. Если некоторая переменная изменяет свое значение независимо от условий, то в соответствующую позицию второго столбца записывается ее значение после перехода. Если переход переменной из 0 в 1 зависит от условия X , то в соответствующую позицию второго столбца записывается символ X . Если от условия X зависит переход переменной из 1 в 0, то в соответствующую позицию записывается \bar{X} .

Пример 3.2.5. Управляемая ДП из примера 3.2.3 (рис.3.6,г) с таблицей истинности образуют следующие уравнения:

$$\tilde{z}_1 = \bar{z}_2 \bar{z}_3 \alpha; \quad \tilde{z}_2 = \bar{z}_3 \vee \bar{z}_2 \cdot \bar{\beta}, \quad \tilde{z}_3 = \bar{z}_1 \vee \bar{z}_2$$



а

ТАБЛИЦА ИСТИННОСТИ	
0*0*00	1100
10*0*0	1110
110*0	1110
0*10*0	1110
0010	*
10*10	1110
1110*	1111
0*110	1110
0001*	0000
1*001	0001
1*I*01	0001
01*01	0001
001*I	0001
1*01*I	0001
1*1*1*1	0001
01*I*I	0001

б

Рис. 3.7.

Напомним, что всегда должно выполняться $\alpha\beta = 0$. Поскольку управляющий процесс должен иметь информацию о результате обработки своего воздействия, необходимо какую-либо из ситуаций (переменные) определить как ответ о выполнении указанной траектории. В данном примере таким ответом может быть, например, переход переменной z_3 из 1 в 0. После этого перехода в ситуации 010 возможно изменение значений α и β (транзит - через 00).

3.3. Связь сигнальных графов и диаграмм переходов

Как уже было показано, поведение маркированного графа представляется множеством допустимых последовательностей его маркировок, для изображения которых можно использовать граф достижимых маркировок. Если маркированный граф является живым и K - ограниченным, то множество его достижимых маркировок конечно и образует один класс эквивалентности. Аналогично можно задавать поведение сигнального графа. Кроме того, сигнальный граф, будучи описанием асинхронной дискретной структуры, отражающим порядок изменения состояний ее переменных, допускает соответствие своей текущей маркировки текущему состоянию описываемой системы. Состояние системы, в свою очередь, представляется набором n значений ее переменных z_i . Причем, если при некоторой маркировке M имеются условия срабатывания каких-либо вершин сигнального графа, то это соответствует условию возбуждения в данном состоянии тех переменных z_i , изменениями которых помечены срабатывающие вершины.

Таким образом, если каждой из маркировок сигнального графа поставить в соответствие ситуацию - набор значений переменных z_i - и значения переменных z_i в данной ситуации отмечаются звездочкой, если соответствующие им вершины являются срабатываемыми при данной маркировке, то будем говорить, что сигнальному графу

соответствует диаграмма переходов.

Заметим, что соответствие между маркировкой и ситуацией, в общем случае, не взаимно-однозначно, поскольку возможно соответствие между различными маркировками и одним и тем же набором значений, но для каждой маркировки имеет место своя расстановка звездочек в данном наборе. Поскольку было условлено в ДП такие наборы объединять в одну ситуацию, то возможно получение неопределенной или неустойчивой ДП.

Пример 3.3.1. Сигнальный граф асинхронной дискретной структуры, представляемой переменными x_1 и x_2 ($S(x_1) = \{0, 1\}$, $S(x_2) = \{0, 1, 2\}$), показан на рис. 3.8, а. Соответствующая ему диаграмма (рис. 3.8, б) является неустойчивой.

Замечание. Как влияет живость и безопасность сигнального графа на ДП?

Во-первых, очевидно, что отсутствие живости приводит либо к наличию тупиковых ситуаций в ДП, но при этом ДП может быть неприведенным эффективным АП, либо ДП не полумодулярна и имеет циклы зависания, что связано с отсутствием сильной связности сигнального графа.

Во-вторых, небезопасность может привести к неустойчивой или неопределенной ДП, так как наличие двух или более маркеров в синхронизирующем цикле может вызвать условия срабатывания двух или более вершин. Если же эти вершины отмечены изменениями одной и той же переменной, то такая ситуация будет конфликтной.

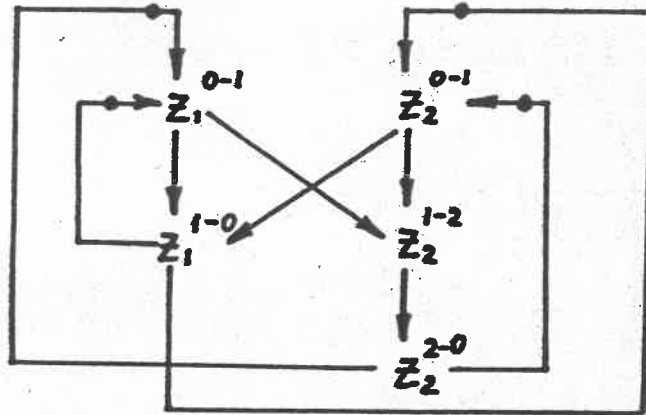
Несмотря на то, чтобы было введено ограничение правильности разметки вершин сигнального графа изменениями сигналов, мы устранили лишь часть причин конфликтности (или недетерминизма). Дело в том, что маркировка сигнального графа несет в себе больше информации, чем соответствующий набор значений переменных. Однако, этот недостаток информации на самом деле может быть компенсирован

учетом расстановки звездочек возбуждения, что как раз и вносит в описание необходимый детерминизм. Поэтому, если указывать в диаграмме переходов некоторую расширенную ситуацию ("набор значений" плюс "расстановка звездочек"), то для безопасного сигнального графа с правильной разметкой справедлива изоморфность диаграммы достижимых маркировок и диаграммы переходов с расширенными ситуациями.

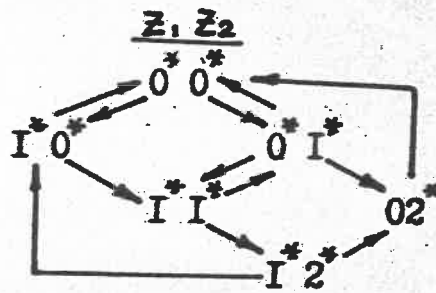
Пример 3.3.2. Диаграмма переходов с расширенными ситуациями, изоморфная графу маркировок сигнального графа из примера 3.3.1, показана на рис.3.8,в.

Между тем можно выделить некоторый подкласс живых и безопасных сигнальных графов, для которых изоморфны описания поведения в виде графа маркировок и в виде ДП. Для формального определения такого класса рассмотрим механизм возникновения указанного несоответствия.

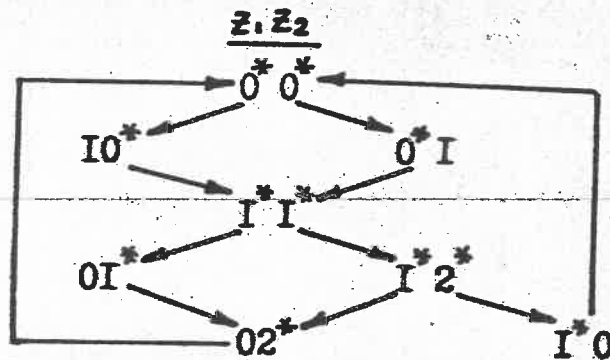
В живом и безопасном сигнальном графе возврат в исходную маркировку возможен только при полном цикле однократных срабатываний каждой из вершин графа. Если для цепочки изменений состояния каждой переменной при правильной разметке имеет место некоторый синхронизирующий цикл, то в данном цикле переменная x_i , при маркировке M имеющая значение a_i^M , возвращается в это состояние при полном цикле работы сигнального графа. При этом полное число изменений состояния данной переменной кратно числу ее состояний. В сигнальном графе с зафиксированным набором δ состояний переменных, соответствующим маркировке M , возврат к набору δ возможен как при полном цикле изменений состояния всех переменных, так и при полном цикле изменений подмножества переменных и сохранении прежних значений остальных переменных (частный цикл). Такое свойство в известной степени эквивалентно отсутствию эффективности соответствующего асинхронного процесса.



a



b



B

Рис. 3.8.

Пример 3.3.2. Пусть сигнальный граф асинхронной дискретной структуры (пример организации ведомого модуля при взаимодействии с ведущим) задан на рис.3.9,а. Состояния трех переменных k, r, m задаются множествами $S(k) = \{0, 1\}$, $S(r) = \{0, 1, 2\}$, $S(m) = S(r)$. Данный граф является живым и безопасным. Соответствующая диаграмма достижимых маркировок приведена на рис.3.10. Начальной маркировке $(e_0 e_9 e_{10})$ соответствует исходная ситуация 000 (рис.3.11). Из этой диаграммы видно, что маркировкам $(e_0 e_7)$ и $(e_0 e_6 e_4 e_8)$ соответствуют расширенные ситуации $0^* 2^* 2$ и $0^* 22^*$, заданные на одном наборе. Аналогично маркировкам $e_1 e_7$ и $e_1 e_6 e_4 e_8$ — ситуации $12^* 2$ и 122^* .

Рассмотрим первый набор 022. Из диаграммы видно, что при переходе от маркировки $e_0 e_7$ к $e_0 e_6 e_4 e_8$ происходит полный цикл изменений значений переменных k и r , в то время как значение переменной m сохраняется прежним, равным 2.

Представим сигнальный граф множеством всех его синхронизирующих циклов. В данном случае имеют место четыре таких цикла (рис.3.9;б). Первый цикл является синхронизирующим циклом, в котором содержатся все вершины, соответствующие изменениям переменной k . Будем называть цикл такого вида базовым для переменной k : (в данном случае $k_i = k$). Базовыми циклами для переменных r и m являются второй и третий. На том же рисунке отмечено разложение маркировок $e_0 e_7$ (отмечена звездочками) и $e_0 e_6 e_4 e_8$ (отмечена заштрихованными кружками) по выделенным циклам. Можно заметить, что переход от одной маркировки к другой не сопровождается изменением значения переменной m в каком-либо из циклов, в то время как осуществляется полный цикл по переменным k и r .

Будем рассматривать только такие сигнальные графы, для которых по каждой переменной имеется только одна фиксированная циклическая дисциплина изменения значений, т.е. все изменения этой

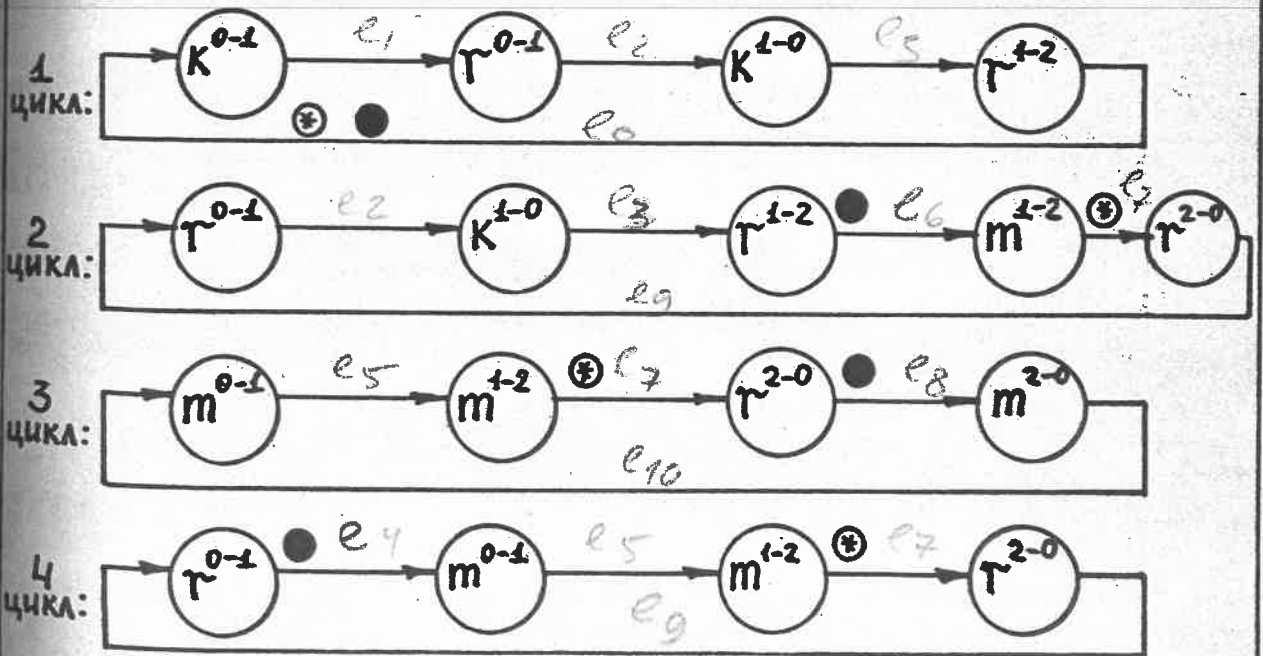
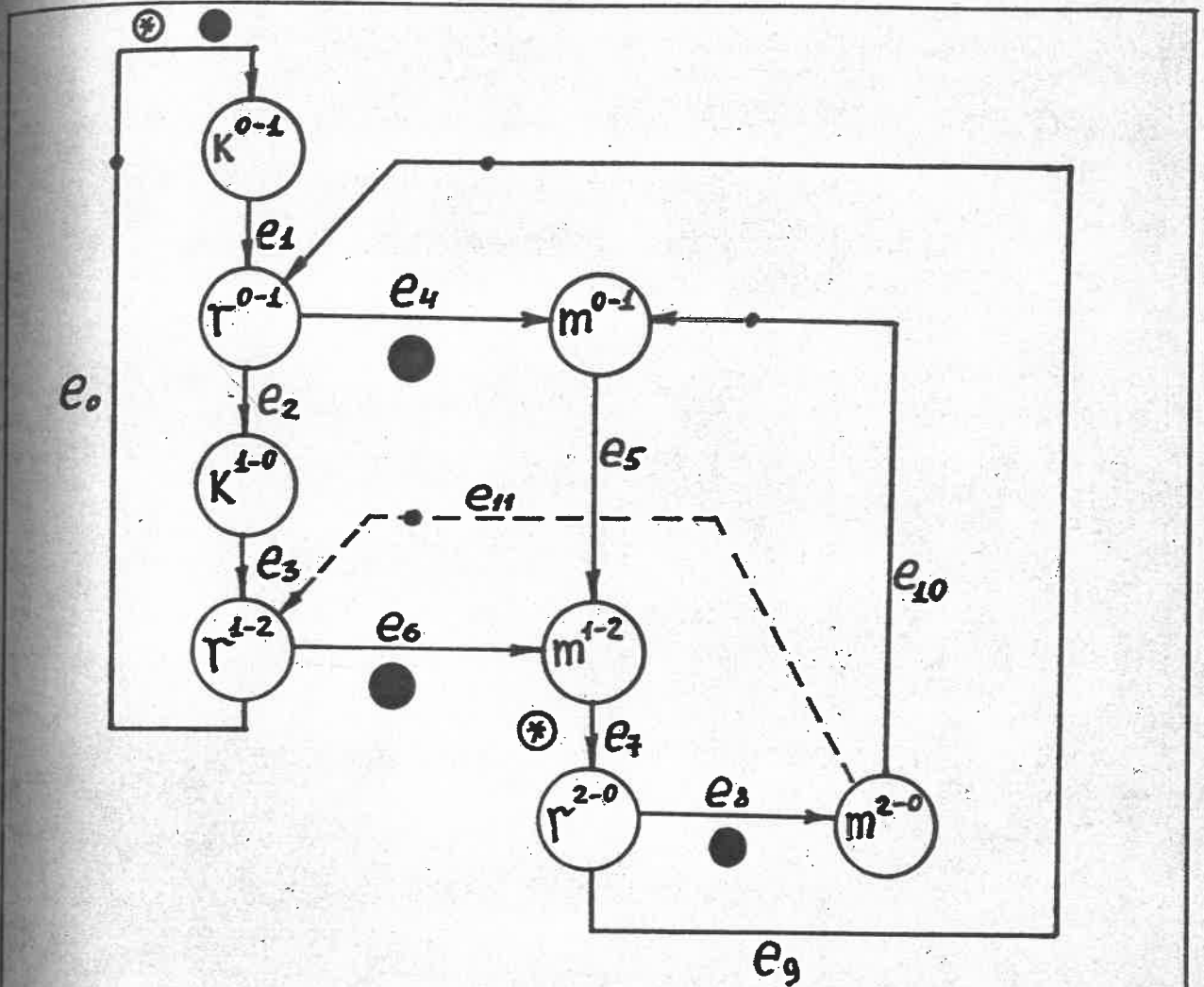


Рис. 3.9.

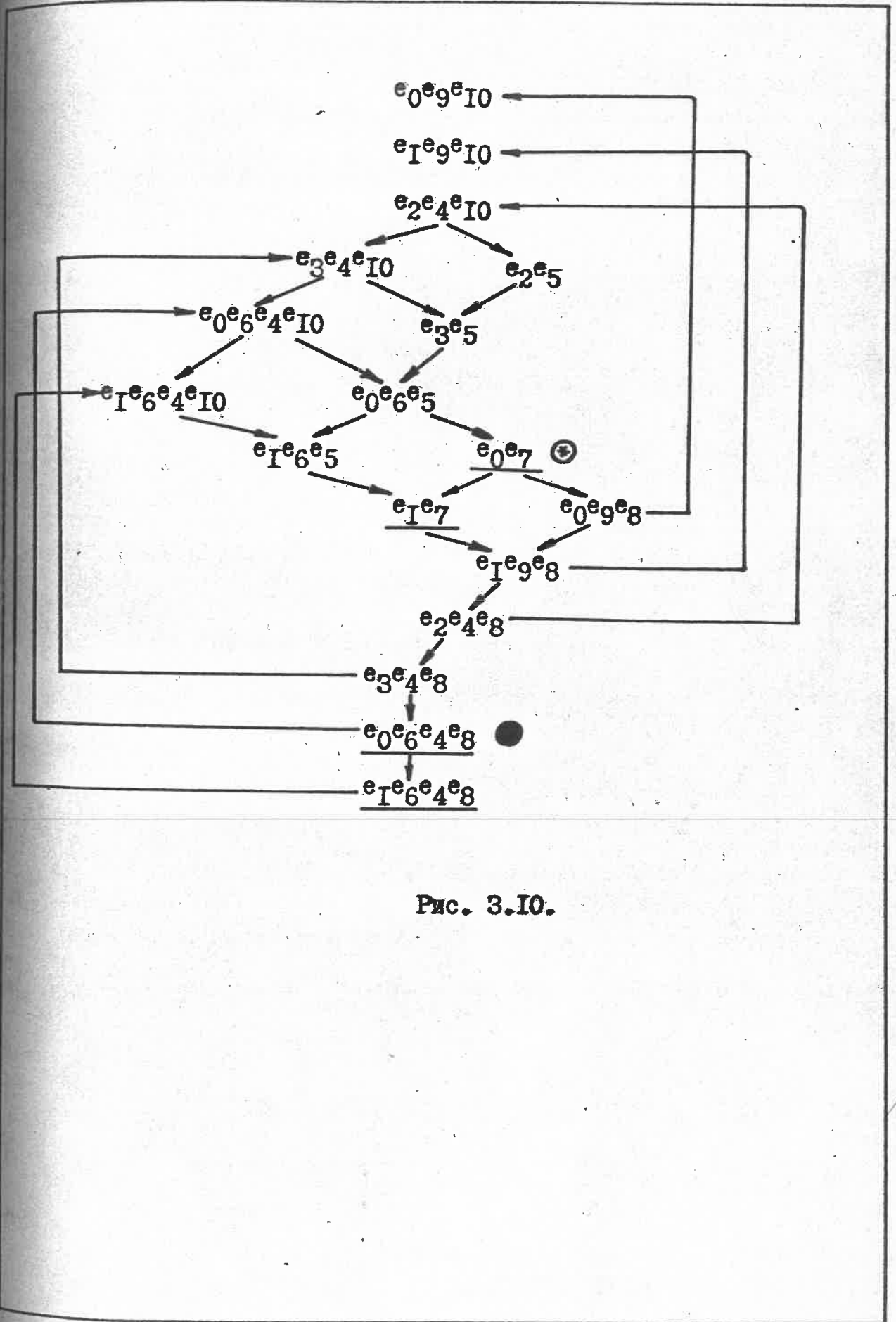


Рис. 3.10.

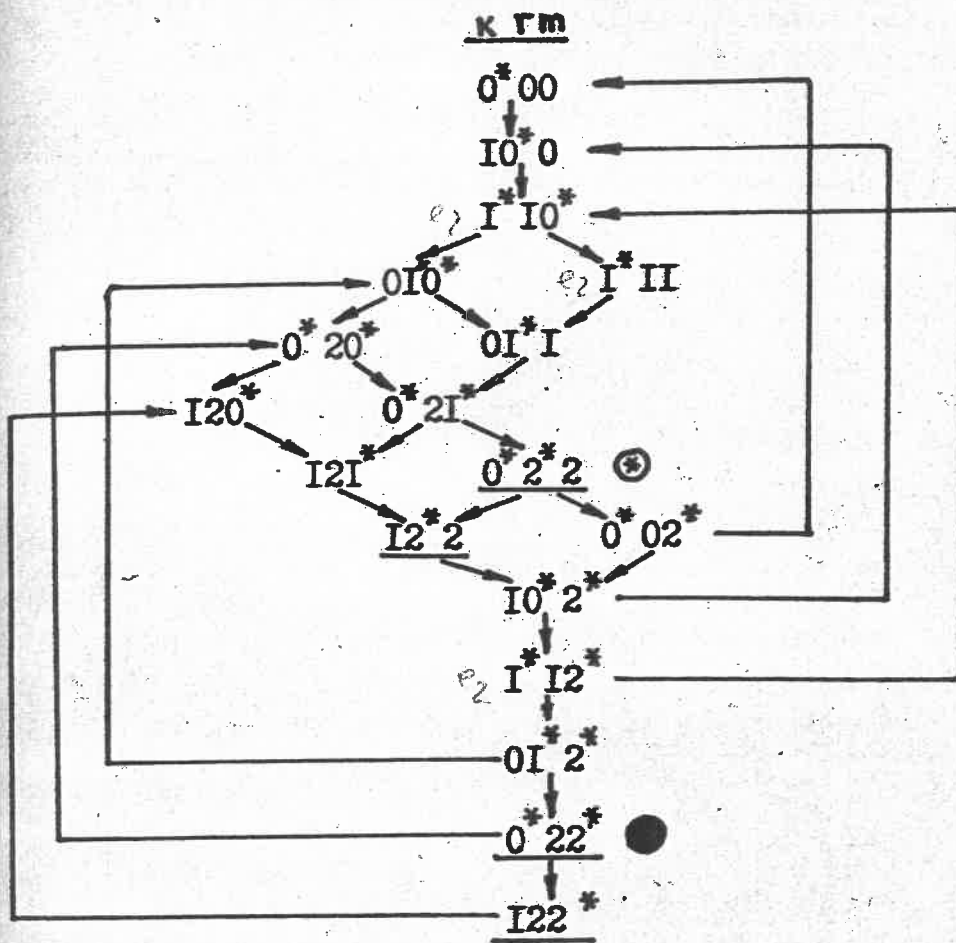


Рис. 3.И.

переменной линейно упорядочены. Например, для переменной r на рис. 3.9, б базовый цикл задает такую дисциплину:

$$\dots \rightarrow r^{0-1} \rightarrow r^{1-2} \rightarrow r^{2-0} \rightarrow r^{0-1} \rightarrow \dots$$

Кроме того, ограничимся сперва рассмотрением таких живых и безопасных сигнальных графов, в которых каждая переменная в своем базовом цикле совершает однократную последовательность изменения своих значений. Будем называть такой класс - бесповторными сигнальными графами.

Интуитивно можно предположить, что наличие полных циклов изменений какого-либо подмножества переменных Z^{Γ} при сохранении значений остальных переменных отражает отсутствие некоторой связи между переменными из Z^{Γ} и $Z \setminus Z^{\Gamma}$. Конечно, если процесс представляется несвязными компонентами, являющимися сигнальными графами, заданными на подмножествах (для простоты возьмем пару): $Z' \cap Z'' = \emptyset, Z' \cup Z'' = Z, Z' \cap Z'' = \emptyset$, то ясно что полная ДП будет развязывающей композицией указанных подпроцессов. Такую степень несвязности переменными назовем полной или органической несвязностью.

Однако, как показала пример 3.3.2, даже при условии описания в виде одного сильносвязного орграфа имеет место некоторая степень несвязности переменных. Такую степень будем называть слабой несвязностью.

Введем понятие нормального сигнального графа.

Определение 3.3.1. Нормальным будем называть такой сигнальный граф, у которого диаграмма переходов не содержит частных циклов изменения значений какого-либо из подмножества переменных $Z^{\Gamma} \subset Z$.

Свойство 3.3.1. Для сигнального графа диаграмма переходов и диаграмма маркировок изоморфны тогда и только тогда, когда сигнальный граф нормален.

Справедливость следует из определения правильной разметки и

определения 3.3.1.

Определение 3.3.2. Пару переменных a и b назовем непосредственно сильно связными, если существует синхронизирующий цикл, в котором между некоторой парой изменений состояния переменной $a(a^{i_1 \rightarrow i_1+1}, a^{i_2 \rightarrow i_2+1})$ имеет место хотя бы одно изменение состояния $b^{j_1 \rightarrow j_1+1}$, и между изменениями $a^{i_2 \rightarrow i_2+1}$ и $a^{i_1 \rightarrow i_1+1}$ также имеет место хотя бы одно изменение $b^{j_2 \rightarrow j_2+1}$, не равное $b^{j_1 \rightarrow j_1+1}$.

Отношение непосредственной сильной связности обозначим через CON . Очевидно, что для переменных a и b , принадлежащих CON , невозможен полный цикл изменений переменной $a(b)$ при постоянстве $b(a)$.

Введем транзитивное и симметричное замыкание отношения CON . Обозначим его через CON^* и назовем отношением сильной связности. Отношение CON^* задает разбиение на классы эквивалентности.

Определим достаточное условие нормальности сигнального графа.

Свойство 3.3.2. Пусть имеется живой и безопасный бесповторный сигнальный граф SG . Если все множество переменных принадлежит одному классу эквивалентности по разбиению относительно CON^* , то SG - нормальный сигнальный граф.

Доказательство. Предположим, что SG - ненормальный.

Без потери общности допустим, что имеет место полный цикл изменений состояния по всем переменным, кроме одной переменной z_i , значение которой фиксировано. Так как переменная z_i принадлежит классу сильной связности, то она необходимо состоит в отношении CON с какой-либо переменной из $Z \setminus z_i$, например, с z_j , - $(z_i, z_j) \in CON$. Очевидно, что при этом невозможно осуществить полный цикл изменений значения z_j при постоянстве z_i по определению отношения CON . Получили противоречие. Свойство доказано.

Введем отношение непосредственной слабой связности.

Определение 3.3.3. Переменная a непосредственно слабо

связана с переменными v и c , которые являются сильно связанными $(v, c) \in CON^*$, если существует синхронизирующий цикл, в котором между некоторой парой соседних изменений значения $a : a^{i_1 \rightarrow i_1+1} \rightarrow a^{i_2 \rightarrow i_2+1}$ имеет место хотя бы одно изменение $v(c) : v^{j_1 \rightarrow j_1+1} (c^{k_1 \rightarrow k_1+1})$, а между изменениями $a^{i_2 \rightarrow i_2+1}$ и $a^{i_1 \rightarrow i_1+1}$ имеет место хотя бы одно изменение $c(v) : c^{k_2 \rightarrow k_2+1} (v^{j_2 \rightarrow j_2+1})$.

Обозначим данное отношение $CONW$.

Свойство 3.3.3. Если $(a, v) \in CONW, (a, c) \in CONW, (v, c) \in CON^*$, то невозможна фиксация a и осуществление полного цикла по классу связности, содержащему v и c , либо фиксация v и c и полный цикл по переменной a .

Доказательство. Пусть a фиксирована в некотором значении, а v и c изменяются по полному циклу. Заметим, что v и c изменяются по полному циклу значений только в случае изменения всего класса связности CON^* , что определено условиями свойства.

Следовательно, для этого необходимо осуществление всех изменений v и c и в том синхронизирующем цикле, который образует отношение $CONW$ между каждой из v и c и переменной a . Но поскольку все изменения v и c не могут происходить без хотя бы однократного изменения a , возникает противоречие, и следовательно фиксация a не возможна.

Пусть теперь v, c и весь класс CON^* фиксированы в некоторых состояниях, а переменная a изменяется по полному циклу. Поскольку между некоторой парой изменений a имеет место хотя бы одно изменение $v(c)$, то фиксация v или c невозможна. Свойство доказано.

Введем объединение отношений $CON^* \cup CONW$ и рассмотрим симметричное и транзитивное замыкание этого объединения, которое обозначим через \mathcal{L} . Назовем \mathcal{L} отношением слабой связности переменных и соответственно можно осуществить разбиение всего

множества Z на классы слабой связности.

Свойство 3.3.4. Для того, чтобы сигнальный граф был нормальным необходимо и достаточно, чтобы все переменные принадлежали одному классу слабой связности.

Доказательство. Пусть все переменные являются слабо связными, т.е. принадлежат отношению \mathcal{L} . Предположим, что сигнальный граф не нормален. Это означает, что имеется переменная z_i (без потери общности считаем, что только одна переменная), которая остается фиксированной при полном цикле изменений всех переменных из $Z \setminus z_i$. Но так как z_i принадлежит классу относительно \mathcal{L} , то существует по крайней мере одна z_j , для которой $(z_i, z_j) \in CON^* \cup CONW$, $z_j \in Z \setminus z_i$, что по свойству 3.3.3. опровергает указанное предположение.

Покажем теперь необходимость. Пусть сигнальный граф нормален. Предположим, что некоторая переменная z_i не принадлежит классу слабой связи. Следовательно, не существует такой z_j , что $(z_i, z_j) \in CON^* \cup CONW$, из чего следует, что не существует такого синхронизирующего цикла, в котором между парой изменений z_i заключено хотя бы по одному изменению состояния z_j , $z_j \in Z \setminus z_i$, z_j принадлежит классу относительно \mathcal{L} . Из этого следует, что либо при полном цикле изменений состояния z_i может не происходить ни одного изменения $z_j \in Z \setminus z_i$, либо при фиксации z_i могут измениться по полному циклу все z_j , что противоречит условию нормальности сигнального графа. Таким образом, свойство доказано.

Данное условие нормальности живого и безопасного сигнального графа эквивалентно изоморфности диаграммы маркировок и ДП этого графа.

Свойство 3.3.5. Диаграмма переходов нормального сигнального графа является дистрибутивной диаграммой переходов.

Справедливость свойства следует из дистрибутивности диаграммы

маркировок и ее изоморфности диаграмме переходов нормального сигнального графа.

Полученный результат может быть распространен и на небесповторные сигнальные графы.

Для небесповторных сигнальных графов (с кратными циклами по некоторым переменным) можно переопределить вершины путем расширения множества переменных так, что для k -кратной переменной x_i для каждого однократного цикла изменений вводится своя переменная x_{ij} ($j=1, \dots, k$), а затем проверяется выполнение условий нормальности для преобразованного графа.

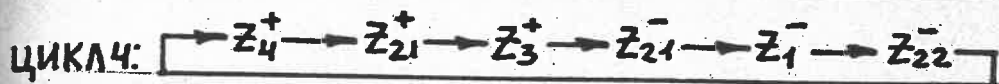
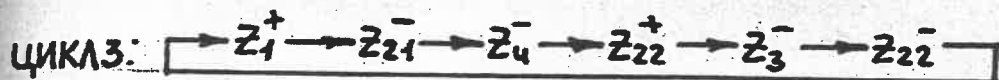
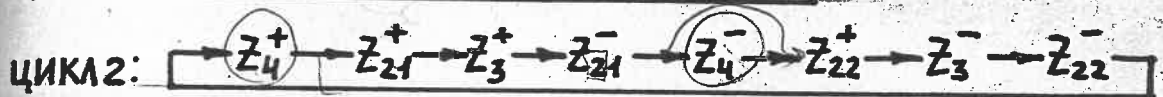
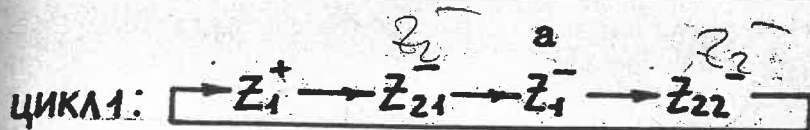
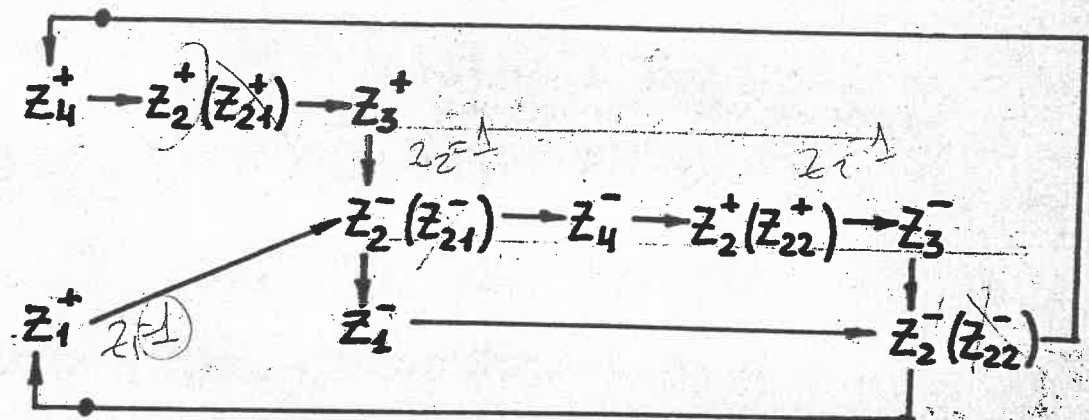
Пример 3.3.3. На рис.3.12,а изображен живой, безопасный сигнальный граф (небесповторный по переменной x_2), $Z = \{x_1, \dots, x_4\}$. Обозначим через x_{21} переменную, соответствующую первому циклу изменений x_2 , а через x_{22} - второму циклу изменений x_2 . Разложим данный граф на синхронизирующие циклы (рис.3.12,б). Первый цикл - базисный для переменной x_1 , второй - для остальных переменных x_{21}, x_{22}, x_3, x_4 . Для сигнального графа показана на рис.3.12,в. Отношения связности задаются так:

$$CON = \{(x_{21}, x_3), (x_{22}, x_3), (x_3, x_4)\}; \quad CON^* = \{(x_{21}, x_{22}, x_3, x_4)\};$$

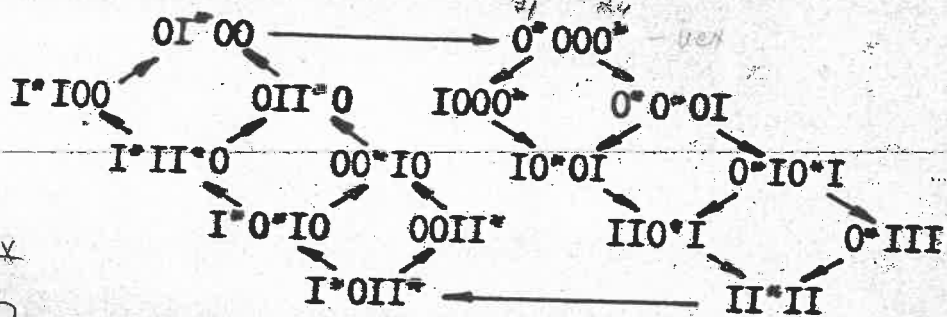
$$CONW = \{(x_1, x_{21}), (x_1, x_{22})\}; \quad L = \{x_1, x_{21}, x_{22}, x_3, x_4\}.$$

Ясно, что данный сигнальный граф нормален.

На практике при синтезе описания асинхронных дискретных структур для получения нормального сигнального графа либо вводят дополнительные переменные, через которые осуществляют связывание между непересекающимися классами связности, либо вводят дополнительные дуги, с помощью которых образуют новые связующие синхронизирующие циклы. В рассмотренном примере 3.3.2 можно ввести дугу e_{11} (пунктир). При этом образуется новый, пятый синхронизирующий цикл, который будет связующим для переменных r и m . Таким образом, отношение $CON = \{(k, r), (r, m)\}$, разбиение $CON^* = \{k, r, m\}$,



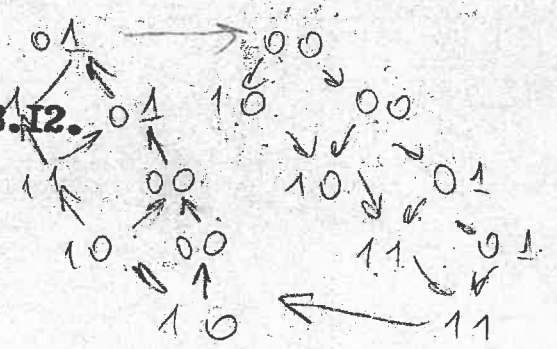
б



01*
00*
10*

в

Рис. 3.12.



00
10 01
11
10 01
00

и по достаточному условию нормальности диаграмма переходов будет дистрибутивной.

3.4. Переход от дистрибутивной диаграммы переходов к нормальному сигнальному графу

Пусть задана дистрибутивная автономная диаграмма переходов, описывающая поведение некоторой асинхронной дискретной структуры: $Z = \{z_1, \dots, z_n\}$. Для упрощения конструкций будем рассматривать случай бесповторной диаграммы переходов. Выше было показано, что небесповторную диаграмму переходов можно привести к бесповторной путем переопределения переменных с кратными циклами изменений своих состояний. Ставится задача построения нормального сигнального графа, соответствующего данной диаграмме переходов.

Приведем краткое обоснование разрешимости такой задачи.

В [39] показано, что для дистрибутивных диаграмм переходов (в [39] рассмотрены только множества двоичных переменных - дистрибутивные логические схемы, однако это не снижает известной степени общности) можно построить частичное упорядочение на бесконечном множестве изменений значения переменных ($\Sigma_1[u]$) относительно любого отмеченного состояния диаграммы переходов u и причем любое полное упорядочение элементов из $\Sigma_1[u]$, совместимое с его частичным упорядочением, дает последовательность изменений куммулятивных состояний. Из этого следует, что $\Sigma_1[u]$ однозначно определяет множество куммулятивных состояний $S[u]$ с заданным упорядочением.

Как доказано в [89] для асинхронных управляющих структур функционирование сигнального графа относительно начальной маркировки может быть описано графом поведения, представляющим не что иное, как графическое изображение (диаграмму Хассе [22]) отношения частичного порядка на множестве $\Sigma_1[u]$. Будем полагать,

что диаграмма Хассе для отношения порядка на $\Sigma_1[u]$ не содержит транзитивных дуг. "Наименьшие" вершины этой диаграммы являются первыми срабатывающими вершинами.

Поскольку исходное задание является неповторной диаграммой переходов, то очевидно, что описание в виде бесконечного графа поведения можно редуцировать до конечного подграфа с числом вершин, соответствующих изменениям каждой переменной, равным числу состояний данной переменной $|S(z_i)|$. Полное число вершин таким образом равно $|Z| \prod |S(z_i)|$. Такой подграф и будет основой искомого сигнального графа. Живые и безопасные маркировки, соответствующие некоторым ситуациям диаграммы переходов, определяются путем расстановки в точности по одному маркеру в каждый из циклов полученного графа. Возможность нахождения такой маркировки гарантирована сильной связностью полученного орграфа.

Для установления взаимно-однозначного соответствия между множеством достижимых маркировок и множеством ситуаций исходной ДП необходимо выделить все базовые синхронизирующие циклы и определить состояние каждой переменной относительно местонахождения маркера в данном цикле при выбранной живой и безопасной маркировке.

Проиллюстрируем изложенное содержательное обоснование примером.

Пример 3.4.1. Исходная дистрибутивная ДП задана на множестве переменных $Z = \{a, b, c, d\}$; $S(a) = S(b) = S(c) = S(d) = \{0, 1\}$ (рис. 3.13, а). Разметим на дугах ДП имена срабатывающих переменных и знак изменения ("+" соответствует переходу 0-1, "-" - переходу 1-0). Полное множество изменений: $\Delta Z = \{a^+, a^-, b^+, b^-, c^+, c^-, d^+, d^-\}$. Для каждого изменения $\delta z_i \in \Delta Z$ определим точку возникновения возбуждения $S(\delta z_i)$ (таблица 3.4.1). Так как диаграмма переходов дистрибутивна, то существует единственное состояние [45], которое является такой точкой.

Таблица 3.4.1.

Изменение δz_i	Точка возбуждения $s(\delta z_i)$	Изменения-предшественники, по которым попадаем в $s(\delta z_i)$
a^+	0^*10^*1	d^+
a^-	1^*10^*0	b^+
b^+	10^*00	d, c^+
b^-	01^*10	c^+, a^-
c^+	1^*10^*0	b^+
c^-	001^*0^*	b^-
d^+	010^*0^*	a^-
d^-	101^*1^*	b^-, a^+

Свойство 3.4.1. В дистрибутивной диаграмме переходов для каждого срабатывания любой переменной $z_i \in Z$ существует единственная ситуация, в которой впервые возникает соответствующее возбуждение указанной переменной.

Будем называть редукцией ДП по выбранному изменению δz_i подграф на множестве ситуаций, в которых возбуждена переменная z_i для срабатывания δz_i . Действительно, ввиду полумодулярности и неповторности диаграммы переходов для любого возбуждения переменной z_i редукция по δz_i является связным подграфом. Причем такой подграф является ациклическим и множество ситуаций редукции частично упорядочено. Минимальный элемент этого упорядоченного множества оказывается точкой первоначального возникновения данного возбуждения.

Как показано М.А.Кишиневским, если такой минимальный элемент не единственен, то диаграмма переходов содержит "детонантное" состояние — ситуацию h , следовательно, не является дистрибутивной.

Далее для нахождения непосредственных предшественников из-

менения δz_i необходимо определить все отмеченные на ДП переходы в ситуацию $\delta(\delta z_i)$. Матрица отношения непосредственного предшествования показана на рис.3.13,б. На основании этого отношения можно построить искомый сигнальный граф (рис.3.13,в). Маркировка, изображенная на рис.3.13,в, соответствует ситуации 0111.

Очевидно, что получение сильно связанного графа и нормальности сигнального графа гарантировано дистрибутивностью соответствующей диаграммы переходов.

Таким образом, наглядным образом продемонстрировано взаимнооднозначное соответствие автономной дистрибутивной диаграммы переходов и нормального сигнального графа. Оба указанных изобразительных средства в равной степени могут служить на практике моделью, задающей поведение дистрибутивной аperiodической схемы или дистрибутивного протокола взаимодействия аperiodических устройств, являющихся асинхронными дискретными структурами.

Основным достоинством сигнального графа по сравнению с диаграммой переходов является значительная компактность описания, повышающая его наглядность при сохранении возможностей формального анализа и аperiodической реализации. Однако, переход к схеме по сигнальному графу стандартным образом приводит к избыточным аппаратным затратам, хотя и к хорошо "структурированным" схемам. Вообще говоря, подход к синтезу дистрибутивной схемы по сигнальному графу аналогичен блочному синтезу аperiodических схем по сетям Петри или граф-схемам алгоритмов [2].

В [39] неформально показано, что синтез дистрибутивных схем удобно осуществлять по так называемым картам переходов, которые могут интерпретироваться как подкласс сигнальных графов.

При описании протоколов взаимодействия аperiodических устройств как логических участников обмена с помощью сигнальных графов, зачастую, даже получив живой и безопасный граф, он может

оказаться не нормальным. В таком случае возможно два пути схемной реализации такого графа.

Первый путь связан: либо с получением нормального сигнального графа путем введения дополнительных переменных, не нарушая упорядоченности изменений исходных переменных, либо с переходом к диаграмме переходов и введением дополнительных переменных в нее, после чего осуществлением синтеза аperiodической схемы, например, с помощью метода совершенной реализации [53].

Второй путь связан с построением распределительной базисной схемы, моделирующей динамику передвижения маркеров по данному сигнальному графу и включением в разрывы проводов этой схемы элементов (триггеров) для моделирования основных искомым переменных.

Первый путь позволяет получить более экономичные реализации, поскольку связан с неформальными шагами при введении дополнительных переменных и минимизации логических функций для уравнений относительно переменных схемы.

Второй путь допускает стандартную процедуру перехода от сигнального графа к моделирующей схеме. Кроме того, этот способ дает возможность регулировать полученные схемы с учетом требований по числу входов и нагрузочной способности еще на этапе работы с исходным описанием поведения в виде сигнального графа, например, путем введения чистых синхронизаторов - вершин t .

Необходимо также отметить, что поскольку построение моделирующей схемы заставляет переводить исходное задание на язык двоичных переменных (элементов или триггеров), то необходимо обеспечить соответствующее кодирование двоичными наборами тех переменных, которые, вообще говоря, могли быть многозначными.

Примеры синтеза схем для аperiodического интерфейса по "многозначным" диаграммам переходов и сигнальным графам представ-

лены в разделе 4.

Выше было показано, что описание произвольной дистрибутивной ДП, которая может быть небесповторной, осуществляется нормальным сигнальным графом и может потребовать введения дополнительных переменных для так называемых многократных сигналов. В сигнальном графе K - кратной переменной должно соответствовать $k |S(z_i)|$ вершин, где $|S(z_i)|$ - количество состояний переменной z_i .

Естественно такое описание в некотором смысле неадекватно исходному (нет взаимно-однозначного соответствия между вершинами графа, т.е. событиями, и изменениями значения сигнала), однако в рамках модели маркированного графа решить эту проблему нельзя. Выходом из такого положения могут служить безопасные и устойчивые сети Петри, допускающие многократное срабатывание некоторого события. Действительно, поскольку условия каждого срабатывания ортогональны в дистрибутивной ДП, то возможно ее представление в виде безопасной и устойчивой сети Петри. Легко показать справедливость следующего свойства.

Свойство 3.4.2. Множество векторов срабатывания живой, устойчивой и безопасной сети Петри, заданное относительно исходной маркировки M , представляет дистрибутивную решетку с нулем при упорядочении, введенном аналогично утверждению 3.1.7.

Иначе говоря, для любой живой, безопасной, устойчивой сети Петри существует относительно любой достижимой маркировки отношение частичного порядка на множестве срабатываний ее событий.

В приложении П.3 приведено описание процедур перехода:

- от дистрибутивной (возможно небесповторной) диаграммы переходов к устойчивой и безопасной сети Петри, причем число событий такой сети равно числу изменений всех сигналов: $|\Delta Z|$,

- от полумодулярной недистрибутивной диаграммы переходов к устойчивой небезопасной сети Петри.

Краткие выводы к разделу 3

1. Предложено использовать в качестве удобного модельного средства для описания протоколов и поведения логических участников маркированный граф. Данный формализм позволяет компактно и наглядно отобразить структуры взаимодействия с высокой параллельностью и, кроме того, обеспечивает возможность разрешимости основных свойств корректного поведения объектов.

2. Показано, что основными этапами задач анализа и синтеза корректного формального задания являются вопросы нахождения полного множества циклов конечного орграфа и проверка его сильной связности. Для решения указанных вопросов предлагается использовать имеющиеся в теории графов и комбинаторных алгоритмов процедуры, имеющие экспоненциальную и полиномиальную сложность.

3. Показана возможность описания протоколов с альтернативами поведения участников путем представления множества возможных диалогов множеством конечных маркированных графов. Приведены примеры использования данной методики для описания и анализа программных протоколов.

4. Доказано, что для живого маркированного графа множество векторов срабатывания относительно любой достижимой маркировки представляет дистрибутивную решетку с нулем. Данный результат является основой для описания любой дистрибутивной дискретной структуры, в частности, асинхронной логической схемы при помощи семантически интерпретированного маркированного графа.

5. Введено понятие сигнального графа, являющегося интерпретацией маркированного графа с правильной разметкой вершин с целью задания упорядоченных изменений сигналов в асинхронной дискретной структуре.

6. Получены необходимые и достаточные условия нормальности

сигнального графа и тем самым адекватности (изоморфности) диаграммы маркировок и диаграммы переходов, построенных для данной дискретной структуры. Описана процедура перехода от дистрибутивной диаграммы переходов к нормальному сигнальному графу, обеспечивающему компактное описание дискретной структуры.

Последний результат дает теоретическое обоснование использованию сигнальных графов в практике синтеза дистрибутивных аperiodических протоколов и схем, для которых известна [14] возможность реализации в ограниченном (коэффициент объединения по входу - 2, нагрузочная способность - 2) элементном базисе И-НЕ (ИЛИ-НЕ).

Частные модели асинхронного поведения в различной степени удобны для того или иного этапа разработки средств сопряжения. Так, на этапе исходного задания протокола и анализа его корректности наиболее приемлемы в силу компактности сигнальные графы. На этапе перехода к аппаратной реализации наиболее эффективны с точки зрения экономии схемных затрат диаграммы переходов. На этапе анализа полученных аппаратурных решений необходимо использовать модель Маллера логической схемы в виде системы булевых уравнений.